

2

Γενική περιγραφή του Fespa

Περιεχόμενα

2.1	Εισαγωγή	2.11	Φορτίσεις
2.2	Εισαγωγή δεδομένων	2.12	Δυνατότητες ανάλυσης
2.3	Είδη κατασκευών	2.13	Αποτελέσματα της ανάλυσης
2.4	Κανονισμοί	2.14	Ανάλυση πλακών
2.5	Μονάδες μέτρησης	2.15	Ανάλυση θεμελιώσεων
2.6	Ορολογία	2.16	Διαστασιολόγηση δομικών στοιχείων
2.7	Βαθμοί ελευθερίας	2.17	Η τυχούσα διατομή
2.8	Είδη μελών	2.18	Παρουσίαση αποτελεσμάτων
2.9	Συνδεσμολογία		
2.10	Στηρίξεις		

Σχετικά θέματα

Προσομοίωση - Βασικές αρχές, κεφ. 7

Συνδυασμοί φορτίσεων, §7.6.7

Πλάκες, §7.2

Υπόγειοι όροφοι και σεισμικές δυνάμεις, §7.6.6

Θεμελίωση, §7.5

2.1 Εισαγωγή

Το κεφάλαιο αυτό είναι μια γενική περιγραφή των δυνατοτήτων της ανάλυσης και διαστασιολόγησης που διαθέτει το Fespa. Εξειδικευμένες πληροφορίες για τη διαστασιολόγηση του οπλισμένου σκυροδέματος περιέχονται στο κεφάλαιο 3. Λεπτομέρειες για την εισαγωγή των δεδομένων και άλλες χρήσιμες οδηγίες για τη χρήση του προγράμματος παρέχονται στα κεφάλαια 9 έως και 14.

Στόχος αυτού του κεφαλαίου είναι η εξοικείωση του μελετητή με τις βασικές αρχές που χρησιμοποιήθηκαν κατά τη σύνθεση των διαφόρων διαδικασιών της ανάλυσης και διαστασιολόγησης. Η σειρά με την οποία επεξηγούνται οι διαδικασίες αυτές είναι η ίδια που συναντούμε συνήθως στη ανάλυση ενός προσομοιώματος οικοδομικού έργου.

2.2 Εισαγωγή δεδομένων

Ο χειριστής έχει τη δυνατότητα να επικοινωνήσει με το Fespa, προκειμένου να περιγράψει το προσομοίωμα ενός δομήματος, με τους εξής τρόπους:

- ✦ Με τη γραφική εισαγωγή δεδομένων.
- ✦ Με την αριθμητική εισαγωγή των δεδομένων μέσω πινάκων.
- ✦ Με συνδυασμό των πιο πάνω μεθόδων.

2.2.1 Γραφική εισαγωγή δεδομένων

Λεπτομέρειες των δυνατοτήτων και του τρόπου χειρισμού του τμήματος αυτού του προγράμματος δίνονται στο κεφάλαιο 9, αλλά και στην §1.4

Η γραφική εισαγωγή δεδομένων χρησιμοποιείται για την περιγραφή δομημάτων που για την κατασκευή τους είναι αρκετή η σχεδίαση των ξυλοτύπων των ορόφων. Δομήματα αυτής της μορφής είναι τα οικοδομικά έργα.

Με το γραφικό σύστημα εισαγωγής δεδομένων, ο χειριστής σχεδιάζει το προσομοίωμα της κάθε στάθμης στην οθόνη. Οι διάφορες γραφικές μορφές - σχέσεις (συνδεσμολογία δοκών, διατομές, θέσεις υποστυλωμάτων κ.λπ.) μετασχηματίζονται σε αριθμητικά δεδομένα, τα οποία και φυλάσσονται στη βάση δεδομένων του Fespa. Τα αριθμητικά αυτά δεδομένα μπορεί ο χειριστής να τα τροποποιήσει κατά βούληση, για τη δημιουργία του τελικού προσομοιώματος.

Σε κάθε στάθμη, η σύνθεση των πλακών και των ραβδόμορφων στοιχείων (δοκοί, υποστυλώματα) προσφέρει τα αναγκαία δεδομένα για την επίλυση αλλά και την σχεδίαση των ξυλοτύπων.

2.2.2 Αριθμητική εισαγωγή και επεξεργασία δεδομένων

Λεπτομέρειες μπορείτε να βρείτε στο κεφάλαιο 14 «Οι πίνακες δεδομένων»

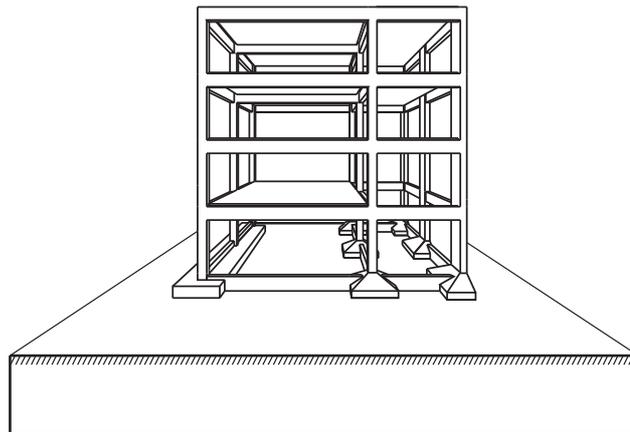
Άλλος τρόπος επεξεργασίας δεδομένων είναι μέσω πινάκων. Η μέθοδος αυτή δίνει τη λύση για την περιγραφή δομημάτων τυχούσης γεωμετρίας, φόρτισης, στηρίξεων. Με τους πίνακες αυτούς μπορεί ο χειριστής να επηρεάσει όλα τα μεγέθη που αποτελούν την περιγραφή του προσομοιώματος του φορέα (π.χ. συντεταγμένες κόμβων, φορτίσεις κ.λπ.). Δεδομένα των οποίων η γραφική αναπα-

ράσταση είναι αλυσιτελής (π.χ. φόρτιση θερμοκρασίας, ροπές αδράνειας), εισάγονται και τροποποιούνται εύκολα μέσω πινάκων δεδομένων.

2.3 Είδη κατασκευών

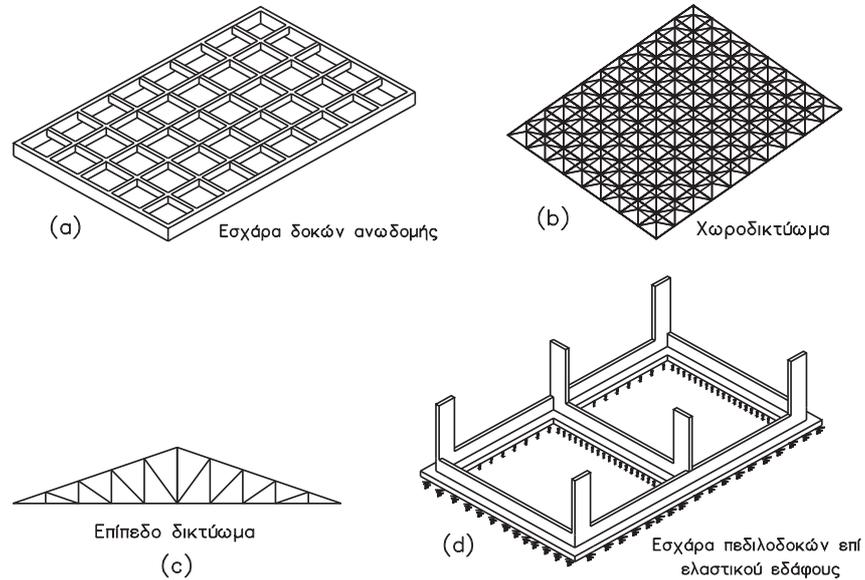
Μία κατασκευή μπορεί να θεωρηθεί ως σύνθεση μελών. Το Fespa είναι ικανό να αναλύσει και να οπλίσει κατασκευές που συντίθενται από πλάκες, ραβδωτά μέλη, πέδιλα και πεδילוδοκούς. Σχεδόν κάθε τύπος κατασκευής μπορεί να αναλυθεί με το Fespa, καθώς μ' αυτό αντιμετωπίζεται κάθε κατασκευή που θα μπορούσε να προσομοιωθεί με ραβδωτούς φορείς, για διάφορες περιπτώσεις φορτίσεων (επικόμβιες, επιράβδιες, θερμοκρασίας, στατικές, σεισμικές, υποχωρήσεις στηρίξεων και συνδυασμούς αυτών). Έτσι με το Fespa μπορούν να αναλυθούν χωρικά πλαίσια (σχήμα 2.1), εσχάρες δοκών ανωδομής (σχήμα 2.2α), δικτυώματα (σχήμα 2.2c) και χωροδικτυώματα (σχήμα 2.2b).

Βλέπε §2.7,
Πίνακα 2.2,
καθώς και κεφ.
7, "Προσομοίωση"



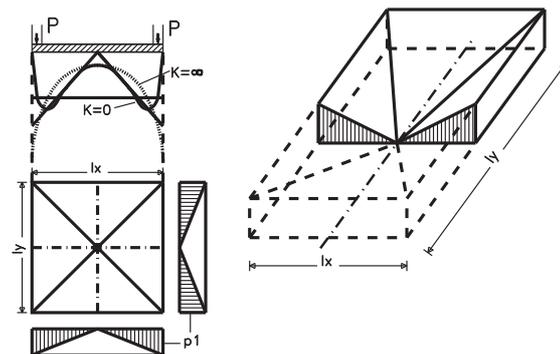
Σχήμα 2.1: Προσομοίωμα οικοδομής εδραζόμενης επί ελαστικού εδάφους

Το Fespa διαθέτει, επιπλέον του κλασικού ραβδόμορφου μέλους, και το μέλος επί ελαστικού εδάφους. Το μέλος αυτό χρησιμεύει για να προσομοιωθούν πέδιλα, θεμελιοδοκοί, εσχάρες θεμελίων και συνθέσεις αυτών, όπως φαίνεται στα σχήματα 2.1 και 2.2d.



Σχήμα 2.2: Τύποι κατασκευών που μπορούν να αναλυθούν με το Fespa

Το σύστημα πλακών του Fespa περιλαμβάνει πλάκες τετραέριστες, τριέριστες, διέριστες κατά γωνία, αμφιέριστες (διέριστες κατά απέναντι πλευρές), προβόλους. Κάθε είδος πλάκας μπορεί να είναι είτε ολόσωμη πλάκα είτε δοκιδωτή (Zöllner) ή Sandwich. Επιπλέον περιλαμβάνει πλάκες που μπορούν να φορτιστούν με σφηνοειδές φορτίο, κατάλληλο για την προσομοίωση πλακών γενικής κοιτόστρωσης, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.3.



Σχήμα 2.3: Πλάκες γενικής κοιτόστρωσης

2.4 Κανονισμοί

Βλέπε και §12.1 «Παράμετροι του κτιρίου»

Το Fespa έχει τη δυνατότητα να διαστασιολογήσει κατασκευές από οπλισμένο σκυρόδεμα, σύμφωνα με τους πιο κάτω κανονισμούς :

- 1. Παλαιός :** παλαιός ελληνικός κανονισμός σκυροδέματος + παλαιός αντισεισμικός (από 1-7-1995 εκτός ισχύος, χρησιμεύει για ελέγχους υπαρχόντων κτιρίων).
- 2. Νέος ('95)** = Ο ισχύων νέος κανονισμός σκυροδέματος + Νέος αντισεισμικός κανονισμός (Ισοδύναμη στατική μέθοδος ή δυναμική μέθοδος - φασματική επαλληλία).
- 3. Νέος ('98)** = Νέος κανονισμός σκυροδέματος + προτεινόμενες τροποποιήσεις του 1998 + Νέος αντισεισμικός κανονισμός (Ισοδύναμη στατική ή δυναμική μέθοδος).
- 4. Νέος Κυπριακός** = Νέος κυπριακός κανονισμός σκυροδέματος.

2.5 Μονάδες μέτρησης

Οι μονάδες αφήνονται στην επιλογή του χειριστή, αρκεί να διατηρείται το ίδιο σύστημα μονάδων για όλα τα δεδομένα.

Για ευκολία διατίθενται οι πιο κάτω προκαθορισμένες μονάδες:

Κανονισμός:	Παλαιός	Νέος
Φορτία πλακών	t/m ²	kN/m ²
Φορτία γραμμικά	t/m	kN/m
Φορτία κόμβων	t, tm	kN, kNm
Δείκτης εδάφους	t/m ³	kN/m ³
Τάσεις / Αντοχές	t/m ²	kN/m ² (ή MPa=N/mm ²)
Παραμορφώσεις	m	m

Πίνακας 2.1: Οι μονάδες των παλαιών και των νέων κανονισμών

2.6 Προετοιμασία δεδομένων, ορολογία

Η προετοιμασία των δεδομένων για την ανάλυση ενός δομήματος περιλαμβάνει τα πιο κάτω βήματα.

- ✳ Περιγραφή της γεωμετρίας της κατασκευής.
- ✳ Περιγραφή των υλικών και των ιδιοτήτων των διατομών των μελών.

✘ Καθορισμό των στατικών ή / και των δυναμικών φορτίων για τα οποία πρέπει να αναλυθεί η κατασκευή.

Στη συνέχεια θα ασχοληθούμε με την ορολογία που χρησιμοποιείται κατά την προπαρασκευή και εισαγωγή των δεδομένων στο Fespa, καθώς και κατά την ανάλυση των αποτελεσμάτων.

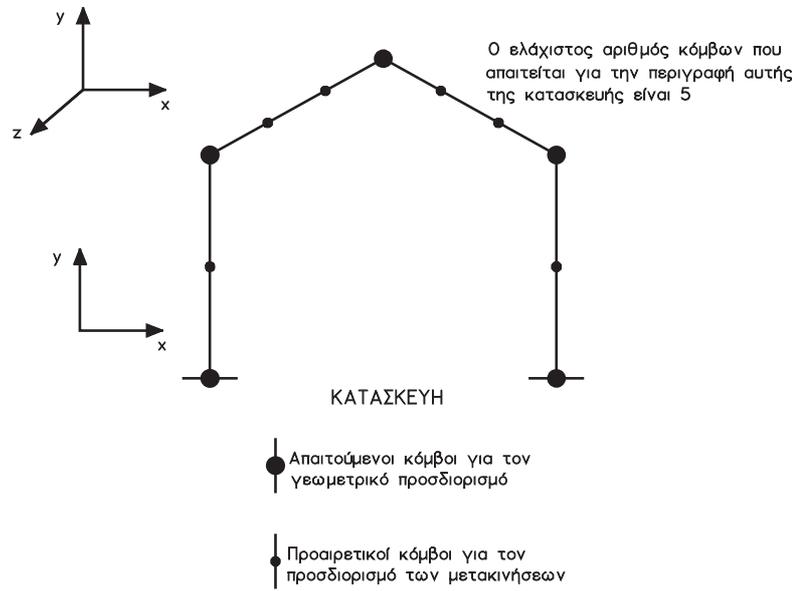
2.6.1 Γεωμετρία της κατασκευής, κόμβοι και μέλη

Οι κόμβοι. Οι βασικές γεωμετρικές διαστάσεις ενός δομήματος καθορίζονται με την τοποθέτηση **κόμβων** πάνω στην κατασκευή. Σε κάθε κόμβο εκχωρείται ένας μοναδικός χαρακτηριστικός αριθμός ως όνομα. Ο κόμβος αυτός τοποθετείται στο χώρο με τη βοήθεια συντεταγμένων που αντιστοιχούν σ' ένα καθολικό σύστημα αξόνων τριών διαστάσεων.

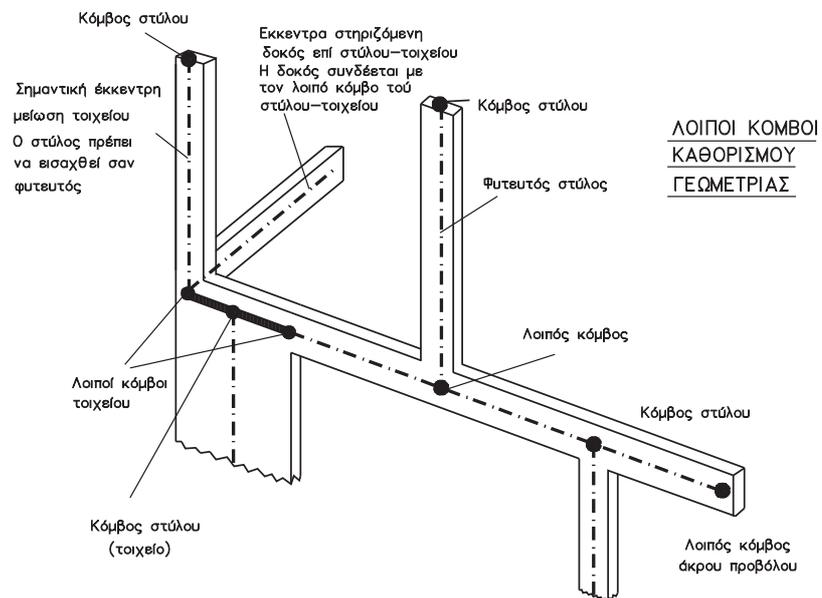
Τα μέλη της κατασκευής. Η γεωμετρία της κατασκευής ολοκληρώνεται με τη σύνδεση των κόμβων με τα **μέλη** της κατασκευής, τα οποία έχουν και έναν καθορισμένο τύπο, δηλαδή δοκοί, υποστυλώματα, δοκοί επί ελαστικού εδάφους, ράβδοι δικτύματος κ.λπ. Σε κάθε μέλος δίνεται ένας μοναδικός χαρακτηριστικός αριθμός ως όνομα.

Οι ακόλουθοι κανόνες είναι μερικοί από αυτούς που πρέπει να λάβετε υπόψη σας για να τοποθετήσετε σωστά τους κόμβους σε μια κατασκευή.

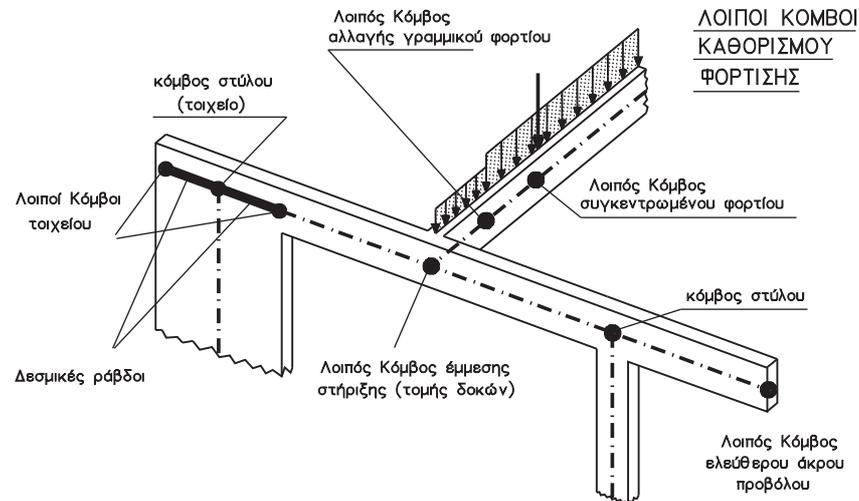
- ✘ Ο αριθμός των κόμβων πρέπει να είναι επαρκής για την περιγραφή της γεωμετρίας της κατασκευής. (Βλέπε σχήμα 2.4 και 2.5α).
- ✘ Οι κόμβοι και τα άκρα των μελών είναι αναγκαίο να τοποθετηθούν στα σημεία κάθε ασυνέχειας, δηλαδή εκεί όπου αλλάζουν οι ιδιότητες των υλικών, οι ιδιότητες των διατομών κ.λπ.
- ✘ Πρέπει να τοποθετήσετε κόμβο σε κάθε σημείο που θέλετε να υπολογιστεί η μετατόπισή του (ή τα εντατικά μεγέθη του).
- ✘ Πρέπει να τοποθετήσετε κόμβο σε κάθε σημείο της κατασκευής, όπου θα εφαρμόσετε συγκεντρωμένο φορτίο, ή σε κάθε σημείο που θέλετε να συγκεντρωθεί μάζα κατά τη δυναμική ανάλυση. (Βλέπε σχήμα 2.5b).



Σχήμα 2.4: Τοποθέτηση κόμβων σε μία κατασκευή



Σχήμα 2.5α.: Κόμβοι καθορισμού γεωμετρίας



Σχήμα 2.5b: Κόμβοι αλλαγής φορτίου

✘ Πρέπει να τοποθετήσετε κόμβους σε όλα τα σημεία στήριξης της κατασκευής. Οι συνθήκες στήριξης προσδιορίζονται με τον καθορισμό των μετακινήσεων του κόμβου προς καθορισμένη διεύθυνση.

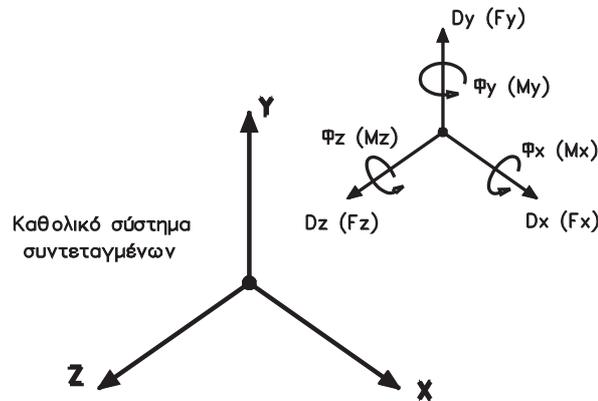
Τα φορτία εφαρμόζονται στην κατασκευή ως συγκεντρωμένα φορτία που ενεργούν στους κόμβους, ή ως διανεμημένα φορτία (συμπεριλαμβανομένων των θερμικών φορτίσεων) που ενεργούν επί των μελών.

2.6.2 Καθολικό και τοπικό σύστημα συντεταγμένων

Για την περιγραφή της γεωμετρίας της κατασκευής και των ιδιοτήτων των μελών είναι αναγκαίο να χρησιμοποιηθούν δύο συστήματα συντεταγμένων: το καθολικό και το τοπικό.

Το καθολικό σύστημα συντεταγμένων. Για τον καθορισμό όλων των δεδομένων που σχετίζονται με τους κόμβους χρησιμοποιείται ένα τρισσορθογώνιο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων με άξονες X, Y, Z. Το σύστημα αυτό είναι δεξιόστροφο (η θετική φορά των γωνιών καθορίζεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού) και είναι γνωστό με την ονομασία **καθολικό** σύστημα συντεταγμένων.

Η εκλογή των αξόνων X, Y και Z είναι σύμφωνη με το **DIN 1080**, Μέρος 1, §7.1 (μια και δεν υπάρχει ελληνικό πρότυπο) και γίνεται με τέτοιο τρόπο ώστε οι διευθύνσεις των αξόνων X, Z να συμπίπτουν με τις κύριες διαστάσεις της κάτοψης της κατασκευής. Ο άξονας Y είναι πάντα κατακόρυφος και με φορά προς τα πάνω, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.6.



Σχήμα 2.6: Το καθολικό σύστημα συντεταγμένων του Fespa

Τα ακόλουθα δεδομένα δίνονται στο καθολικό σύστημα συντεταγμένων:

- ✦ Οι συντεταγμένες των κόμβων.
- ✦ Οι δεσμεύσεις των κόμβων (συνθήκες στήριξης).
- ✦ Τα φορτία των κόμβων.
- ✦ Οι υποχωρήσεις των κόμβων (καταναγκασμοί = εξαναγκασμένες μετακινήσεις).

Τα πιο κάτω αποτελέσματα αναφέρονται στο καθολικό σύστημα συντεταγμένων:

- ✦ Οι μετακινήσεις και οι στροφές των κόμβων.
- ✦ Οι αντιδράσεις των κόμβων.

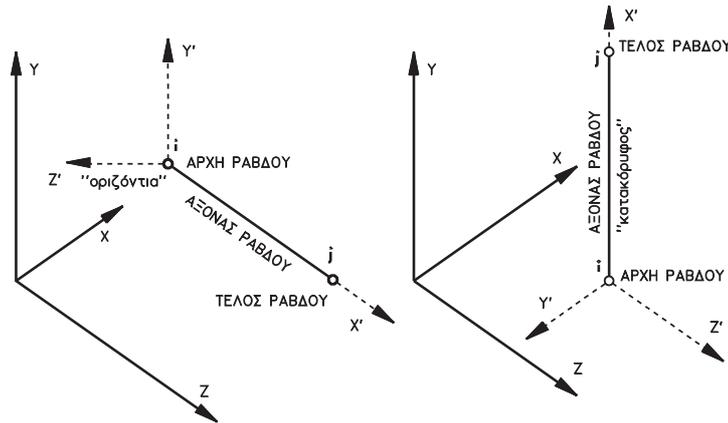
Το τοπικό σύστημα συντεταγμένων. Για την εισαγωγή των δεδομένων που σχετίζονται με τα μέλη χρησιμοποιείται ένα τρισσορθογώνιο, δεξιόστροφο καρτεσιανό σύστημα. Το σύστημα αυτό των συντεταγμένων είναι διαφορετικό για κάθε μέλος και είναι γνωστό με το όνομα **τοπικό** σύστημα συντεταγμένων (σχήμα 2.7).

Για κάθε μέλος ορίζεται ένα τοπικό σύστημα συντεταγμένων 1 – 2 – 3, του οποίου ο άξονας 1 συμπίπτει **πάντα** με τον άξονα της ράβδου (κεντροβαρικός άξονας) και οι άξονες 2 και 3 συμπίπτουν με τους κύριους άξονες αδράνειας της διατομής της ράβδου.

Ο άξονας **1** καθορίζεται συνδέοντας τον κόμβο αρχής **i** με τον κόμβο τέλους **j**. Η θετική φορά του άξονα καθορίζεται από τους αριθμούς των κόμβων αρχής και τέλους της ράβδου και οδεύει από τον κόμβο αρχής στον κόμβο τέλους, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.7.

Τα ακόλουθα στοιχεία αναφέρονται στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων:

- ☛ Οι ιδιότητες των υλικών των μελών και των διατομών τους.
- ☛ Οι δυνάμεις και οι ροπές στα άκρα των μελών.



Σχήμα 2.7: Το τοπικό σύστημα συντεταγμένων (των ράβδων) του Fespa

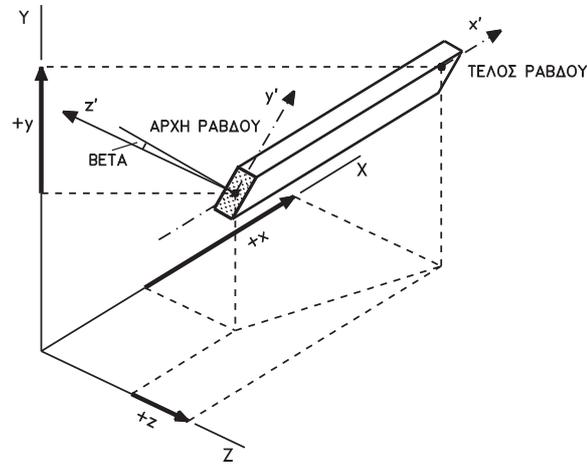
2.6.3 Συσχέτιση μεταξύ καθολικού και τοπικού συστήματος συντεταγμένων

Καθώς η εισαγωγή των φορτίων επί των μελών μπορεί να γίνει στο καθολικό σύστημα συντεταγμένων (μια και τα φορτία βαρύτητας περιγράφονται με ευκολία σ' αυτό το σύστημα), ενώ τα αποτελέσματα στα άκρα των μελών (ροπές κ.λπ.) εκτυπώνονται στο τοπικό σύστημα, είναι απαραίτητη η γνώση της σχέσης μεταξύ του τοπικού και του καθολικού συστήματος συντεταγμένων. Αυτή η σχέση καθορίζεται από μία γωνία που μετράται με τον πιο κάτω ειδικό τρόπο. Η γωνία αυτή ονομάζεται γωνία Beta (β) ή γωνία Euler.

Η γωνία Beta. Ως γωνία beta ορίζεται η γωνία για την οποία όταν η προβολή του τοπικού 2 στον καθολικό Y είναι θετική και οι τοπικοί 3 και 2 περιστραφούν περί τον τοπικό 1 κατά γωνία $-\beta$, ο τοπικός 3 να κείται στο επίπεδο XZ του καθολικού συστήματος.

Όταν η προβολή του τοπικού 2 στον Y είναι αρνητική, η γωνία beta είναι η γωνία που ορίστηκε πιο πάνω, αυξημένη κατά 180.

Τέλος, η γωνία beta θεωρείται θετική όταν στρέφεται κατά τη θετική φορά περί τον τοπικό άξονα 1 (δεξιόστροφη), μετρούμενη από το επίπεδο XZ έως τον 3.



Σχήμα 2.8: Ορισμός της γωνίας beta

Ο ορισμός αυτός δεν είναι επαρκής όταν ο άξονας 1 (x') είναι κάθετος στο επίπεδο XZ (κατακόρυφες ράβδοι). Τότε η γωνία beta είναι η γωνία που σχηματίζει ο άξονας 3 (z') με τον καθολικό άξονα Z και είναι θετική όταν στρέφεται κατά τη θετική φορά περί τον τοπικό άξονα 1 (x') (δεξιόστροφη), μετρούμενη από τον καθολικό άξονα Z ως τον 3 (z').

Η γωνία Beta, αναγράφεται στον πίνακα 202 «Αδρανειακά στοιχεία υποστυλώματος»

Γενικοί κανόνες υπολογισμού της γωνίας beta. Επειδή οι τοπικοί άξονες της ράβδου ορίζονται όπως εξηγήθηκε προηγουμένως, ισχύουν οι επόμενοι κανόνες.

Για απλούστευση, οι ράβδοι που έχουν διεύθυνση κάθετη στον καθολικό άξονα Y ονομάζονται οριζόντιες και οι ράβδοι που έχουν διεύθυνση παράλληλη στον καθολικό άξονα Y ονομάζονται κατακόρυφες.

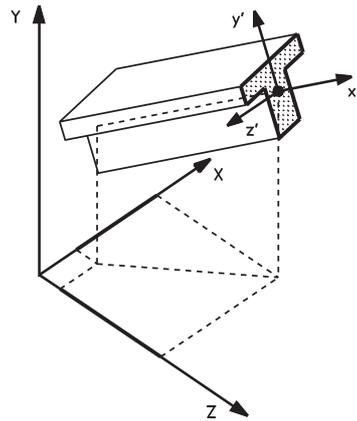
- ✦ Οριζόντιες ή λοξές ράβδοι, που ο ένας κύριος άξονας της διατομής τους είναι παράλληλος στο επίπεδο XZ, έχουν τη γωνία Beta ίση με μηδέν.
- ✦ Κατακόρυφες ράβδοι, που ο ένας κύριος άξονας της διατομής τους είναι παράλληλος στον άξονα Z, έχουν τη γωνία Beta ίση με 0.
- ✦ Για οριζόντιες και κατακόρυφες ράβδους, που δεν ανήκουν στις περιπτώσεις 1 και 2, η γωνία Beta είναι αυτή που φαίνεται στα παρακάτω σχήματα 2.9a έως 2.9d.

Πρακτική υπόδειξη. Σε υποστυλώματα με γωνία Beta 180 (π.χ. λοξούς στο χώρο στύλους που η προβολή του 2 (y') στον Y είναι αρνητική) μπορείτε να δώσετε γωνία Beta μηδέν, επειδή:

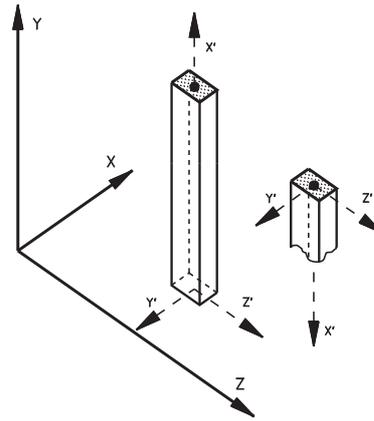
- ✦ Είναι επίπονο να βρείτε αν πρέπει να δώσετε γωνία 0 ή 180.

☛ Σύμφωνα με τον κανονισμό θα τοποθετηθεί συμμετρικός οπλισμός, οπότε τα πρόσημα των ροπών στους στύλους δεν έχουν επίδραση στον οπλισμό τους.

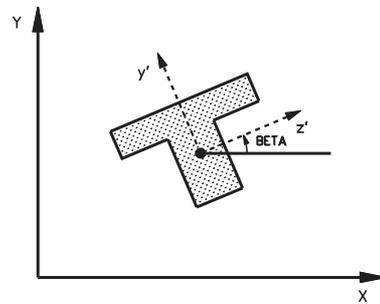
Είναι λογικό, στην περίπτωση αυτή, κατά τον έλεγχο με το χέρι της ισορροπίας των κόμβων, να απαιτείται αλλαγή του προσήμου των εντατικών μεγεθών των στύλων.



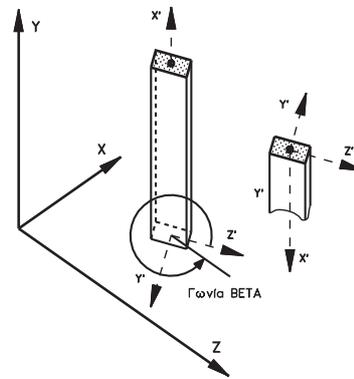
Σχήμα 2.9a:
Λοξή στο χώρο ράβδος με $\beta=0$



Σχήμα 2.9b:
Κατακόρυφη ράβδος με $\beta=0$



Σχήμα 2.9c:
Οριζόντια ράβδος με $\beta \neq 0$



Σχήμα 2.9d:
Κατακόρυφη ράβδος με $\beta \neq 0$

Συμπέρασμα. Στα οικοδομικά έργα η γωνία Beta έχει τιμή ίση με μηδέν, μόνο στις περιπτώσεις κυκλικών, ή ορθά τοποθετημένων ορθογωνικών υποστρωμάτων.

Βλέπε και 2.17
«Η τυχούσα
διατομή υπο-
στυλώματος»

Το Fespa υποστηρίζει και άλλους τύπους υποστυλωμάτων (γάμα, πί, ταυ, κ.λπ.), για τους οποίους η γωνία beta **δεν είναι γενικά ίση με 0**, ανεξάρτητα του αν η γωνία στροφής τους ως προς έναν από τους καθολικούς άξονες της κατασκευής είναι ίση με 0.

Όπως φαίνεται και από το σχήμα 2.10, η γωνία beta ενός γωνιακού υποστυλώματος (τύπου Γ) ορίζεται ως η γωνία στροφής των κύριων αξόνων αδρανείας¹ του ως προς το καθολικό σύστημα XZ. Γενικότερα, η γωνία beta σύνθετων διατομών δεν εξαρτάται μόνο από τη γωνία στροφής τους, αλλά και από τα γεωμετρικά τους στοιχεία. Το Fespa υπολογίζει αυτόματα τη γωνία beta των μελών του φορέα, μόλις τα τοποθετήσουμε ή μόλις αλλάξουμε κάποια από τις διαστάσεις τους

Για να κάνετε γρήγορο έλεγχο της γωνίας β, δώστε την εντολή «Πάρε παραμέτρους» και δείξτε το υποστύλωμα. Στο πλαίσιο των παραμέτρων που ανοίγει, δείτε τα «Αδρανειακά στοιχεία» του.

Σχήμα 2.10: Η γωνία beta σε γωνιακό υποστύλωμα

¹ Λεπτομέρειες για τους κύριους άξονες και τη γωνία τους μπορεί να βρεί κανείς στο [TIMO84].

2.6.4 Η ονοματολογία των κόμβων και των μελών

Τα γραμμικά μέλη για το FESPA διακρίνονται σε κατακόρυφα (υποστυλώματα) και λοιπά (οριζόντιες και κεκλιμένες δοκοί).

Δείτε πίνακα 702 «Συνδεσμολογία υποστυλωμάτων»

Τα **υποστυλώματα** έχουν ενιαία αρίθμηση για κάθε όροφο, που γενικά ξεκινά από το 1 και καταλήγει σε αριθμό ίσο με το πλήθος των υποστυλωμάτων. Αν ο χρήστης επιλέξει άλλη ονοματολογία, αυτό μπορεί να γίνει είτε κατά την εισαγωγή νέου υποστυλώματος, είτε μετονομάζοντάς το στη συνέχεια.

Για τη διάκριση του ορόφου στον οποίο ανήκει, αναγράφεται σε παρένθεση και ο αριθμός του ορόφου, π.χ. το υποστυλώμα 15 (1) είναι το K15 του 1^{ου} ορόφου, ενώ το 15 (2) είναι το ίδιο υποστυλώμα του 2^{ου} ορόφου. Είναι πολύ σημαντικό να διατηρείται η συνέχεια στην ονοματολογία των υποστυλωμάτων από όροφο σε όροφο, προκειμένου να γίνει σωστά η όπλισή τους. Κατά την παραγωγή ορόφων το πρόγραμμα φροντίζει για τη σωστή ονοματολογία των μελών του φορέα.

Κάθε υποστυλώμα, ταυτόχρονα με την εισαγωγή του, αποκτά και δύο κόμβους (βάσης και κορυφής), οι οποίοι έχουν προεπιλεγμένο όνομα ίδιο με αυτό του υποστυλώματος. Διαγραφή του υποστυλώματος συνεπάγεται και διαγραφή των κόμβων αρχής και τέλους του, εκτός αν συνδέεται δοκός με αυτούς.

Βλέπε και § 2.6.1 «Γεωμετρία της κατασκευής, κόμβοι και μέλη»

Οι **κόμβοι** κάθε ορόφου έχουν αρίθμηση που γενικά ξεκινά από το 1, αλλά είναι στην απόλυτη επιλογή του χειριστή να δώσει άλλο όνομα κατά την εισαγωγή, ή να τους μετονομάσει στη συνέχεια. Κόμβους τοποθετεί το πρόγραμμα στις θέσεις των υποστυλωμάτων, αλλά μπορεί να εισάγει και ο χειριστής σε σημεία της επιλογής του ή στα τοιχώματα (βλέπε § 12.4, «Υποστυλώματα» και § 12.5 «Λοιποί κόμβοι»).

Για τη διάκριση του ορόφου στον οποίο ανήκε ο κόμβος, αναγράφεται σε παρένθεση και ο αριθμός του ορόφου, π.χ. 17 (2).

Όταν δεν αναγράφεται αριθμός ορόφου, το πρόγραμμα αναφέρεται στο στοιχείο του τρέχοντα ορόφου.

Σχήμα 2.11: *Η αρίθμηση των κόμβων υποστυλωμάτων*

Δείτε πίνακα 703 «Συνδεσμολογία δοκών»

Οι **συνεχείς δοκοί** έχουν τη συνήθη ονοματολογία που διακρίνει το όνομα της δοκού από τον αριθμό του ανοίγματος, π.χ. η δοκός 6.2 αναφέρεται στο 2^ο άνοιγμα της 6^{ης} συνεχούς δοκού. Και εδώ, καλό είναι να διατηρούμε τη συνέχεια στην ονοματολογία των ανοιγμάτων των συνεχών δοκών, προκειμένου το πρόγραμμα της όπλισης να κάνει χρήση αυτής της συνέχειας στον υπολογισμό των πρόσθετων οπλισμών στις στηρίξεις.

Βλέπε και κεφάλαιο 12 «Οι στατικές οντότητες του Fespa»

Για την εισαγωγή οποιουδήποτε στοιχείου (κόμβου, υποστυλώματος, δοκού) το πρόγραμμα έχει δύο παρόμοιες εντολές: την «**Προσθήκη με επόμενο όνομα**» και την «**Προσθήκη**». Από τις εντολές αυτές, η πρώτη ονομάζει αυτόματα το προς εισαγωγή στοιχείο με όνομα κατά ένα μεγαλύτερο του μεγίστου, ενώ η δεύτερη ζητά από το χειριστή να δώσει το όνομα της επιλογής του.

Η αρίθμηση των κόμβων και των μελών του φορέα δεν είναι υποχρεωτικό να ξεκινά από το 1, ούτε και να είναι συνεχής. Κάνοντας χρήση των εργαλείων που το πρόγραμμα προσφέρει, μπορούμε να έχουμε τις ονομασίες της επιλογής μας, σε όλα τα στοιχεία του φορέα μας.

2.7 Βαθμοί ελευθερίας

Κάθε κόμβος ενός τρισδιάστατου προσομοιώματος έχει έξι δυνατότητες κίνησης. Ο κόμβος μπορεί να μετατοπιστεί στις καθολικές X , Y και Z διευθύνσεις και μπορεί να περιστραφεί γύρω από τους καθολικούς X , Y , Z άξονες. Οι διευθύνσεις που αντιστοιχούν σ' αυτές τις έξι δυνατότητες κίνησης είναι γνωστές ως **βαθμοί ελευθερίας** του κόμβου. Όπου αναφερόμαστε σ' αυτούς τους βαθμούς ελευθερίας, θα ονομάζουμε Δx , Δy , Δz τους μεταφορικούς βαθμούς ελευθερίας και Φx , Φy , Φz τους αντίστοιχους στροφικούς.

Αν η μετάθεση ενός κόμβου κατά τη διεύθυνση ενός από τους έξι βαθμούς ελευθερίας είναι μηδέν, όπως συμβαίνει στα σημεία στήριξης, τότε ο βαθμός αυτός ελευθερίας ονομάζεται **ανεργός**. Βαθμοί ελευθερίας στους οποίους οι μετακινήσεις είναι άγνωστες ονομάζονται **ενεργοί**.

Αντιδράσεις και μετακινήσεις. Γενικά η μετακίνηση ενός ανεργού βαθμού ελευθερίας είναι γνωστή και στόχος της ανάλυσης είναι ο προσδιορισμός της **αντίδρασης** σ' αυτή τη διεύθυνση. Για έναν ενεργό βαθμό ελευθερίας, γνωστό είναι το εφαρμοζόμενο φορτίο (μπορεί να είναι μηδέν), και στόχος της ανάλυσης είναι ο προσδιορισμός της αντίστοιχης **μετακίνησης** (μετάθεσης ή στροφής). Κάθε ενεργός βαθμός ελευθερίας σε ένα προσομοίωμα έχει έναν αντίστοιχο αριθμό εξίσωσης: αν υπάρχουν N ενεργοί βαθμοί ελευθερίας στο προσομοίωμα, τότε υπάρχουν N εξισώσεις στο σύστημα και το μητρώο ακαμψίας της κατασκευής λέγεται ότι είναι τάξης N .

Αν υπάρχουν βαθμοί ελευθερίας στο σύστημα, για τους οποίους η ακαμψία είναι γνωστό ότι είναι μηδέν, όπως οι εκτός επιπέδου βαθμοί ελευθερίας σε μία δύο διαστάσεων επίπεδη ανάλυση, οι βαθμοί αυτοί ελευθερίας πρέπει να απενεργοποιηθούν, επειδή μεγαλώνουν, χωρίς αυτό να χρειάζεται, το μέγεθος του συστήματος των εξισώσεων και εισάγουν μηδενικά στοιχεία στην ανάλυση. Ο μελετητής πρέπει να έχει βασικές γνώσεις της μεθόδου των μετατοπίσεων για να καθορίσει τους βαθμούς ελευθερίας που δεν έχουν αντίστοιχη ακαμψία. Τα στοιχεία ακαμψίας ενός κόμβου καθορίζονται από τον τύπο των μελών που συνδέονται μ' αυτό τον κόμβο.

Για παράδειγμα, μία τριών διαστάσεων δοκός παρουσιάζει (εκχωρεί) ακαμψία και στους έξι βαθμούς ελευθερίας του κόμβου στον οποίο είναι συνδεδεμένη, ενώ ένα τριών διαστάσεων μέλος δικτύωματος παρουσιάζει ακαμψία μόνο κατά τους μεταφορικούς βαθμούς ελευθερίας και μηδενική ακαμψία κατά τους στροφικούς.

Είδος κατασκευής	Δx	Δz	Δy	Φx	Φz	Φy
2-Δ πλαίσιο (επίπεδο X-Y)	0	1	0	1	0	1
2-Δ πλαίσιο (επίπεδο Y-Z)	1	0	0	0	1	1
2-Δ πλαίσιο (επίπεδο Z-X)	0	0	1	1	1	0
3-Δ πλαίσιο	0	0	0	0	0	0
3- Δ δικτύωμα	0	0	0	1	1	1
2- Δ εσχάρα (επίπεδο X-Y)	1	0	1	0	1	0

1 σημαίνει ότι δεν υπάρχει ακαμψία

0 σημαίνει ότι υπάρχει ακαμψία

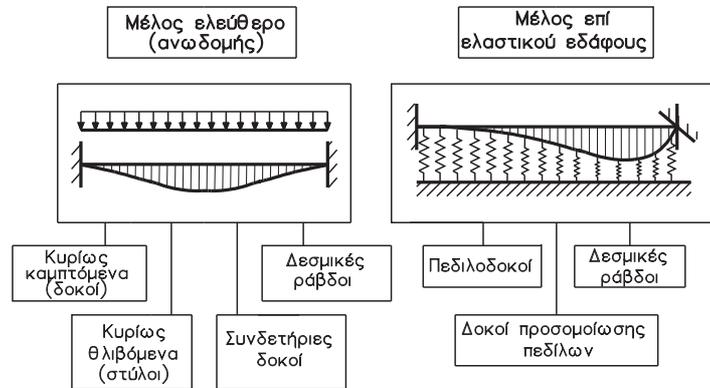
Πίνακας 2.2: Βαθμοί ελευθερίας κόμβων για διαφορετικούς τύπους κατασκευών

Ο μελετητής που θέλει να χρησιμοποιήσει το πρόγραμμα για επίπεδες προσομοιώσεις (επίπεδα δικτύωματα, επίπεδα πλαίσια), πρέπει να έχει την ευχέρεια να προσδιορίσει τους μηδενικούς βαθμούς ελευθερίας, εξετάζοντας τον τύπο των μελών που συνδέονται με κάθε κόμβο. Ο πίνακας 2.2 καθορίζει τα στοιχεία ακαμψίας που αντιστοιχούν σε μερικά είδη μελών.

Όταν υπάρχει αμφιβολία για το αν κάποιος βαθμός ελευθερίας θα πάρει στοιχείο ακαμψίας από κάποιο μέλος, τότε αυτός ο βαθμός πρέπει να παραμείνει ενεργός.

2.8 Είδη μελών

Το Fespa είναι εφοδιασμένο με δύο είδη μελών, το κλασικό ραβδόμορφο τρισδιάστατο μέλος και ένα τρισδιάστατο μέλος επί ελαστικού εδάφους, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.10.



Σχήμα 2.12: Τα είδη μελών του Fespa

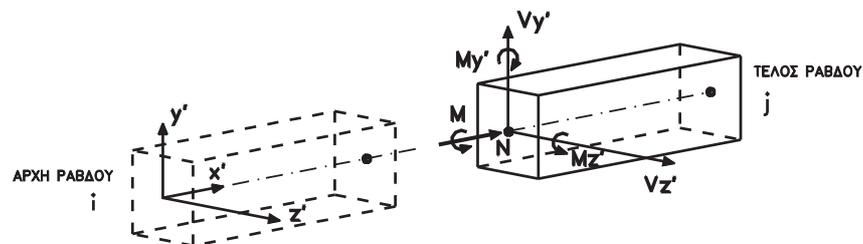
2.8.1 Τρισδιάστατο μέλος χωρικού πλαισίου

Το μέλος αυτό χρησιμεύει για την προσομοίωση:

Βλέπε §2.8.3,
«Ιδιότητες μελών»

- α. Πλαισιακών συστημάτων δύο ή τριών διαστάσεων.
- β. Δικτυωμάτων δύο ή τριών διαστάσεων.

Το μέλος αυτό είναι μία τρισδιάστατη σύνθεση δοκού-στήλου που περιλαμβάνει τις επιδράσεις διαξονικής κάμψης, στρέψης, αξονικής παραμόρφωσης και διαξονικής διατμητικής παραμόρφωσης (σχήμα 2.11). Λεπτομέρειες μπορεί να βρει κανείς στο [BATH76].

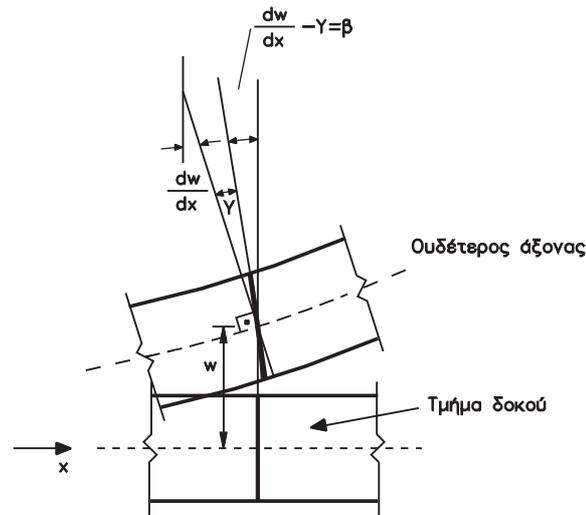


Σχήμα 2.13: Μέλος χωρικού πλαισίου του Fespa

Το μέλος αυτό προσομοιάζει σε στοιχείο δικτύματος, αν οι διαξονικές ροπές αδράνειας, οι αντίστοιχες διατμητικές επιφάνειες και η στρεπτική ροπή αδράνειας εισαχθούν με μηδενικές τιμές.

Τα εντατικά μεγέθη εξάγονται στο τοπικό σύστημα του μέλους και εκτυπώνονται για τα άκρα κάθε μέλους, καθώς και (προαιρετικά) στα δέκατα του μήκους των μελών.

Μητρώο ακαμψίας του μέλους χωρικού πλαισίου. Για τον υπολογισμό του μητρώου ακαμψίας του μέλους του χωρικού πλαισίου λαμβάνονται υπόψη έργα από ροπές, τέμνουσες και αξονικές δυνάμεις.



Σχήμα 2.14: Παραμόρφωση διατομής μέλους χωρικού πλαισίου

Έτσι, σύμφωνα με το σχήμα 2.12, έχουμε:

$$\beta = \frac{\partial w}{\partial x} - \gamma \quad (2.1), \quad \tau = \frac{V}{A_s} \quad (2.2), \quad \gamma = \frac{\tau}{G} \quad (2.3), \quad k = \frac{A_s}{A} \quad (2.4)$$

όπου το γ εκφράζει την ολίσθηση της διατομής λόγω διατμητικών παραμορφώσεων.

Τελικά:

$$\Pi = \frac{E \cdot I}{2} \int_0^L \left(\frac{\partial \beta}{\partial x}\right)^2 \cdot dx + \frac{G \cdot A \cdot k}{2} \int_0^L \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \beta\right)^2 \cdot dx - \int_0^L P \cdot w \cdot dx - \int_0^L m \cdot \beta \cdot dx \quad (2.5)$$

Τα P και m εκφράζουν την φόρτιση ανά μονάδα μήκους δοκού.

Πότε είναι σημαντικές οι παραμορφώσεις από τέμνουσες δυνάμεις. Απλοποιώντας τα ανωτέρω, για ορθογωνική διατομή, για ύψος τοιχώματος h , μήκος

I_w , και υποθέτοντας ότι $G = E/2$, προκύπτει για τον λόγο των μεταθέσεων από την επιρροή των διατμητικών (r_V) και καμπτικών (r_M) παραμορφώσεων

$$\alpha = \frac{r_V}{r_M} = \frac{3}{5} * \left(\frac{I_w}{h} \right)^2 \quad (2.6)$$

Στον πίνακα 2.3 φαίνονται οι τιμές του $\alpha\%$ για συνηθισμένες σε τοιχώματα τιμές των h και I_w .

I_w	1.00	1.20	1.30	1.40	1.50	1.80	2.00	2.50	3.00	3.50
h=3.0	6.66	8.06	9.6	11.27	15.00	21.6	26.6	41.67	60.00	81.16
h=3.5	4.90	5.93	7.05	8.28	11.02	15.86	19.59	30.61	44.08	60.00

Πίνακας 2.3: Τιμές του $\alpha\%$

Το Fespa υπολογίζει τα έργα εκ τεμνουσών δυνάμεων με επιφάνειες διατμητικών δυνάμεων A2, A3. Αν ως A2, A3 τεθούν μηδενικές τιμές, το πρόγραμμα αγνοεί τα έργα τεμνουσών δυνάμεων.

Το μητρώο ακαμψίας του μέλους του χωρικού πλαισίου

Πιο κάτω δίνονται πινακοποιημένοι οι όροι του μητρώου ακαμψίας του μέλους χωρικού πλαισίου που χρησιμοποιείται από το Fespa.

Το μητρώο ακαμψίας του Fespa

K_{RR}	K_{RL}
K_{LR}	K_{LL}

Οι όροι του μητρώου k_{RR}

$\frac{EA_x}{L}$	0	0	0	0	0
0	$\frac{12EI_z}{\psi_z L^3}$	0	0	0	$-\frac{6EI_z}{\psi_z L^2}$
0	0	$\frac{12EI_y}{\psi_y L^3}$	0	$\frac{6EI_y}{\psi_y L^2}$	0
0	0	0	$\frac{GI_x}{L}$	0	0
0	0	$\frac{6EI_y}{\psi_y L^2}$	0	$\frac{(3+\psi_y)EI_y}{\psi_y L}$	0
0	$-\frac{6EI_z}{\psi_z L^2}$	0	0	0	$\frac{(3+\psi_z)EI_z}{\psi_z L}$

Οι όροι του μητρώου k_{RL}

$-\frac{EA_x}{L}$	0	0	0	0	0
0	$-\frac{12EI_z}{\psi_z L^3}$	0	0	0	$-\frac{6EI_z}{\psi_z L^2}$
0	0	$-\frac{12EI_y}{\psi_y L^3}$	0	$\frac{6EI_y}{\psi_y L^2}$	0
0	0	0	$-\frac{GI_x}{L}$	0	0
0	0	$-\frac{6EI_y}{\psi_y L^2}$	0	$\frac{(3-\psi_y)EI_y}{\psi_y L}$	0
0	$\frac{6EI_z}{\psi_z L^2}$	0	0	0	$\frac{(3-\psi_z)EI_z}{\psi_z L}$

Οι όροι του μητρώου k_{LR}

$-\frac{EA_x}{L}$	0	0	0	0	0
0	$-\frac{12EI_z}{\psi_z L^3}$	0	0	0	$\frac{6EI_z}{\psi_z L^2}$
0	0	$-\frac{12EI_y}{\psi_y L^3}$	0	$-\frac{6EI_y}{\psi_y L^2}$	0
0	0	0	$-\frac{GI_x}{L}$	0	0
0	0	$\frac{6EI_y}{\psi_y L^2}$	0	$\frac{(3-\psi_y)EI_y}{\psi_y L}$	0
0	$-\frac{6EI_z}{\psi_z L^2}$	0	0	0	$\frac{(3-\psi_z)EI_z}{\psi_z L}$

Οι όροι του μητρώου k_{LL}

$\frac{EA_x}{L}$	0	0	0	0	0
0	$\frac{12EI_z}{\psi_z L^3}$	0	0	0	$\frac{6EI_z}{\psi_z L^2}$
0	0	$\frac{12EI_y}{\psi_y L^3}$	0	$-\frac{6EI_y}{\psi_y L^2}$	0
0	0	0	$\frac{GI_x}{L}$	0	0
0	0	$-\frac{6EI_y}{\psi_y L^2}$	0	$\frac{(3+\psi_y)EI_y}{\psi_y L}$	0
0	$\frac{6EI_z}{\psi_z L^2}$	0	0	0	$\frac{(3+\psi_z)EI_z}{\psi_z L}$

$$\text{Όπου } \psi_y = 1 + \frac{12EI_y}{GA_z L^2} = 1 + 24(1+\nu) \frac{A}{A_z} \left(\frac{r_y}{L} \right)^2$$

$$\text{και } \psi_z = 1 + \frac{12EI_z}{GA_y L^2} = 1 + 24(1+\nu) \frac{A}{A_y} \left(\frac{r_z}{L} \right)^2 \text{ είναι οι παράμετροι των διαμη-}$$

τικών παραμορφώσεων

Όταν $A_y = 0$ ή $A_z = 0$, τότε $\psi_y = 1$ και $\psi_z = 1$ αντίστοιχα. Αν r_z/L και r_y/L , οι λόγοι της ακτίνας αδρανείας προς το μήκος του μέλους, είναι μικροί σε σύγκριση με τη μονάδα, όπως συμβαίνει στην περίπτωση της συνήθους δοκού, οι όροι ψ_y και ψ_z μπορούν να ληφθούν ίσοι με τη μονάδα. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα μια σχέση των δυνάμεων με τις παραμορφώσεις από την οποία έχει απαλειφθεί η επίδραση των διατμητικών παραμορφώσεων, [PRZE68].

2.8.2 Μέλος επί ελαστικού εδάφους

Βλέπε §12.6
«Είδη δοκών»
και Πίνακα 404
«Στοιχεία εδά-
φους».

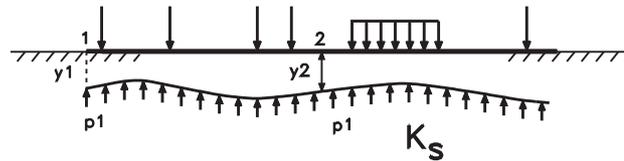
Το μέλος αυτό χρησιμεύει για την προσομοίωση συμπλεγμάτων πεδίων και πεδילוδοκών.

Βασίζεται στο μοντέλο εδάφους Winkler και αποκρίνεται πέρα από την εξωτερική φόρτιση (φορτία της ανωδομής που μεταβιβάζονται στη θεμελίωση) και σε μια έμμεση φόρτιση λόγω των αντιδράσεων από το έδαφος. Επηρεάζεται επομένως πέρα από τις σταθερές των υλικών της κατασκευής και από τις σταθερές του εδάφους¹.

Για τις πρακτικές εφαρμογές του μέλους επί ελαστικού εδάφους βλέπε ακόμη §7.7.2 και §7.7.4

Μητρώο ακαμψίας μέλους επί ελαστικού εδάφους. Το έδαφος υποτίθεται ότι αποτελείται από ελατήρια σε όλη την επιφάνεια κάτω από το μέλος (έδαφος Winkler, σχήμα 2.13) με σταθερά ελατηρίου K_s και σταθερά αστρεψιάς $K_G = B \cdot K_s / 12$, που θεωρούνται αμετάβλητες για όλο το μήκος της θεωρούμενης ράβδου. Η διαφορική εξίσωση της ελαστικής γραμμής είναι:

$$EI \cdot \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = -k_s \cdot y + B \cdot q(x) \quad (2.7)$$



Σχήμα 2.15: Μέλος επί ελαστικού εδάφους Winkler

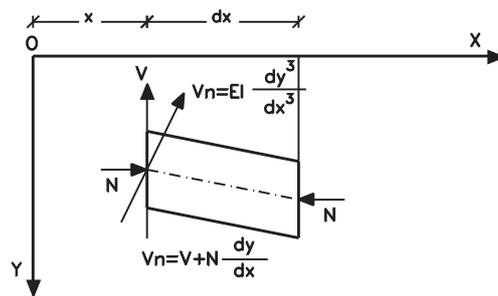
Η λύση της εξίσωσης αυτής είναι (Hetenyi):

$$y = e^{\beta x} (C1 \cdot \cos(\beta x) + C2 \cdot \sin(\beta x)) + e^{-\beta x} (C3 \cdot \cos(\beta x) + C4 \cdot \sin(\beta x)) \quad (2.8)$$

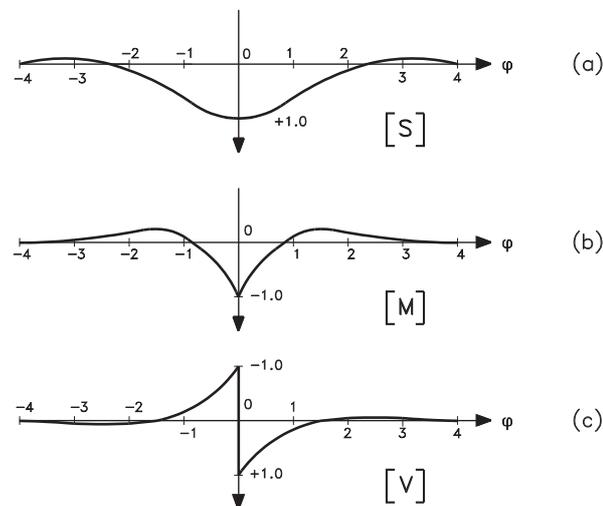
¹ Περιγραφή της μεθόδου υπάρχει στο [ΑΝΑΓ89], ενώ εξειδικευμένες πληροφορίες μπορεί να βρει κανείς στα άρθρα: [ΕΙΣΕ85], [ΥΑΝΚ86], [ΡΑΖΑ86] και [ΜΙΥΑ76].

$$\text{όπου: } \beta = \sqrt[4]{\frac{B^* k_s}{4 * E * I}} \quad (2.9)$$

συντελεστής χαρακτηριστικός της γεωμετρίας της διατομής της δοκού και των ιδιοτήτων του εδάφους και $C1, C2, C3, C4$ είναι οι σταθερές ολοκλήρωσης που προκύπτουν από τις συνοριακές συνθήκες για πεπερασμένα μήκη πεδύλοδοκόν, [BOWL88]. Στο σχήμα 2.15 φαίνονται οι γραμμές επιρροής για τη βύθιση, τη ροπή και την τέμνουσα, που προέρχονται από συγκεντρωμένο φορτίο P σε μία δοκό επί ελαστικού εδάφους.



Σχήμα 2.16: Παραμόρφωση διατομής μέλους επί ελαστικού εδάφους



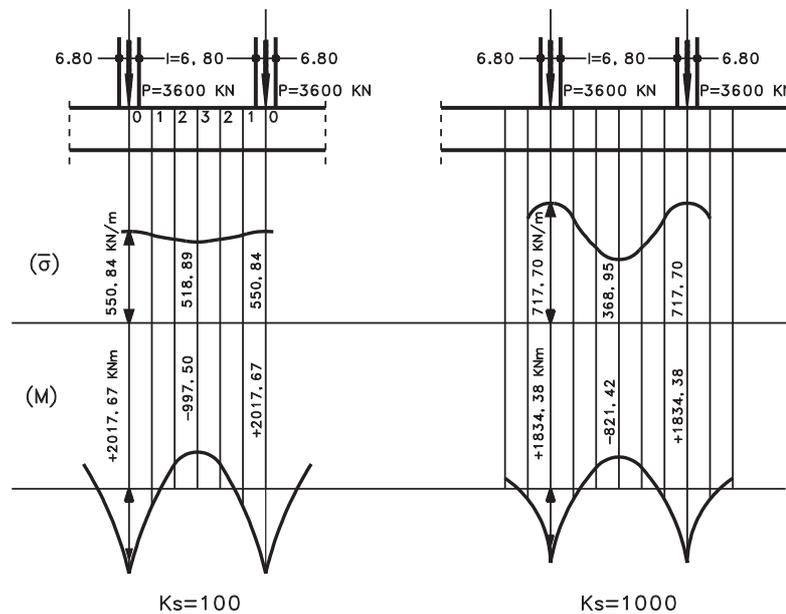
Σχήμα 2.17: Γραμμές επιρροής, βυθίσεων (a), ροπών (b) και τέμνουσών (c), συγκεντρωμένου φορτίου P , σε δοκό επί ελαστικού εδάφους

Επιρροή της μεταβολής του δείκτη εδάφους K_s

Όπως προκύπτει από τις σχέσεις 2.8 και 2.9 για τον προσδιορισμό των εντατικών μεγεθών και των παραμορφώσεων, σε δοκό επί ελαστικού εδάφους η επιρροή του δείκτη εδάφους υφαισέρχεται με την τέταρτη ρίζα της τιμής της. Από αυτό προκύπτει ότι τα εντατικά μεγέθη μεταβάλλονται λίγο για σχετικά μεγάλες μεταβολές του K_s . Στο σχήμα 2.16 και στον πίνακα 2.4 συνοψίζονται τα αποτελέσματα των επιλύσεων για δύο δείκτες εδάφους $K_s=100 \text{ N/cm}^3$, και $K_s=1000 \text{ N/cm}^3$. Από τη μελέτη του πίνακα 2.4 προκύπτει το μέγεθος της επιρροής της μεταβολής του K_s επί των τιμών των ροπών και των τάσεων εδάφους της πεδιλοδοκού.

Τομή		0	1	2	3	Διαστ.
$K_s=100$	M	+2017,67	+327,05	-667,74	-997,50	kNm
$K_s=100$	σ	+550,84	+538,09	+518,889	+509,88	kN/m
$K_s=1000$	M	+1834,38	+238,77	-579,82	-821,42	kNm
$K_s=1000$	σ	+717,7	+606,06	+439,19	+368,95	kN/m

Πίνακας 2.4: Η επιρροή του δείκτη εδάφους, αποτελέσματα για δύο τιμές K_s



Σχήμα 2.17: Διαγράμματα ροπών και βυθίσεων για δύο δείκτες εδάφους

2.8.3 Ιδιότητες μελών

Βλέπε και πίνακες 202 και 402 «Αδρανειακά στοιχεία υποστυλωμάτων» και «δοκών»

Για κάθε μέλος αντιστοιχίζονται αυτόματα στη διατομή, με δυνατότητα επέμβασης από τους πίνακες, τα παρακάτω μεγέθη :

A1: Επιφάνεια παραλαβής ορθής δύναμης (το εμβαδόν της διατομής της ράβδου). Κάθε μέλος πρέπει να διαθέτει μια θετική μη μηδενική τιμή **A1**, αλλιώς η κατασκευή δεν μπορεί να αναλυθεί.

A2, A3: Διατμητικές επιφάνειες. Η ενεργός επιφάνεια διάτμησης μιας διατομής είναι το γινόμενο $A \cdot k$, όπου A το πραγματικό εμβαδόν της διατομής και k μια αδιάστατη παράμετρος η οποία εξισώνει τις συνέπειες από τη διαφορά μεταξύ της πραγματικής κατανομής των διατμητικών τάσεων και της μέσης τάσεως $\tau = V/A$. Για ορθογωνική διατομή $k=0.833$, ενώ για κυκλική $k=0.843$. Αν δοθεί διατμητική επιφάνεια ίση με μηδέν, το Fespa θα εξαναγκασθεί να εξαιρέσει την επιρροή των διατμητικών δυνάμεων από την ανάλυση του μέλους αυτού. Με άλλα λόγια, οι διατμητικές παραμορφώσεις θα θεωρηθούν μηδενικές εξ ορισμού. Στην πραγματικότητα, μηδενική τιμή της διατμητικής επιφάνειας σημαίνει άπειρη αντίσταση σε διατμητικές δυνάμεις (εξ αυτού και ο μηδενισμός των διατμητικών παραμορφώσεων). Τιμές της ενεργού διατμητικής επιφάνειας δίνονται στον πίνακα 2.5.

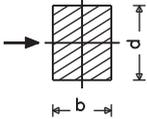
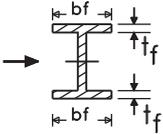
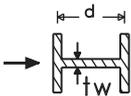
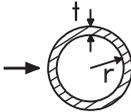
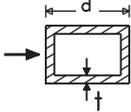
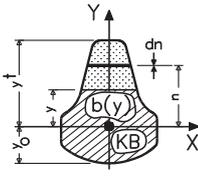
Βλέπε σχετικά §7.4.3, «Δοκοί στρεπτοί»

I1: Στρεπτική ροπή αδράνειας. Η στρεπτική ροπή αδράνειας υπολογίζεται για τα επόμενα είδη διατομών ως εξής. Ορθογωνική διατομή $a \cdot b$ (με $a < b$): $I1 = n \cdot a^3 \cdot b$, όπου n λαμβάνεται από τον πίνακα 2.6. Ενώ σύμφωνα με τον NE-AK95 υπολογίζεται η στρεπτική ροπή αδράνειας ως $I_{\sigma} = I_{\sigma 0} / 10.0$, όπου $I_{\sigma 0}$ η ροπή αδράνειας της πλήρους διατομής όπως περιγράφηκε πιο πάνω.

Για ανοιχτή σύνθετη διατομή (πλακοδοκοί, διατομές I) η στρεπτική ροπή αδράνειας είναι το άθροισμα των I_x όλων των ορθογωνίων που αποτελούν τη διατομή, ενώ για κυκλικές διατομές $I1 = \pi r^4 / 2$, όπου r η ακτίνα. Για κλειστές λεπτότοιχες διατομές, η στρεπτική ροπή αδράνειας δίνεται από τον τύπο:

$$I1 = \frac{4A_o^2}{\int \frac{dt}{t}} \quad (2.10)$$

όπου A_o είναι η επιφάνεια που περικλείεται από τη γραμμή που σχηματίζει το ημιπάχος $t/2$ της διατομής. Η ολοκλήρωση γίνεται κατά μήκος αυτής της γραμμής.

Διατομή	Περιγραφή	Ενεργός επιφάνεια διάτμησης
	Ορθογωνική διατομή. Διατμητικές δυνάμεις παράλληλες στις κύριες διευθύνσεις (b, d).	$\frac{5}{6}bd$
	Πλατύπελη διατομή τύπου I. Διατμητική δύναμη παράλληλη στο πέλμα.	$\frac{5}{3}t_f \cdot b_f$
	Πλατύπελη διατομή τύπου I. Διατμητική δύναμη παράλληλη στον κορμό.	$t_w \cdot d$
	Λεπτότοιχος κυκλικός δακτύλιος. Διατμητική δύναμη σε κάθε διεύθυνση.	$\pi r t$
	Συμπαγής κυκλική διατομή. Διατμητική δύναμη σε κάθε διεύθυνση.	$0.9 \pi r^2$
	Λεπτότοιχη κιβωτιοειδής διατομή. Διατμητική δύναμη παράλληλη στην κύρια διεύθυνση d.	$2 td$
	Διατομή τυχούσας μορφής. Διατμητική δύναμη παράλληλη στον κύριο άξονα y. Ix=Ροπή αδράνειας διατομής περί τον άξονα x-x. $V(y) = \int_y^{y^t} n \cdot b(n) dn$	$\frac{I_x^2}{\int_{y_b}^{y^t} \frac{V^2(y)}{b(y)} dy}$

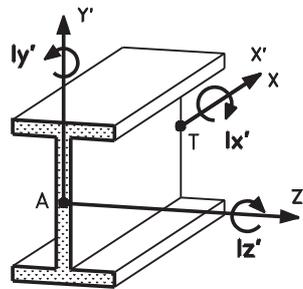
Πίνακας 2.5: Μορφή διατομής και ενεργή επιφάνεια διάτμησης

I2, I3: Καμπτικές ροπές αδράνειας. Εισαγωγή μηδενικών τιμών **I2** ή **I3** εξαναγκάζει το μέλος να μη μεταφέρει τις αντίστοιχες ροπές κάμψης. Με άλλα λόγια, το μέλος θεωρείται αμφιαρθρωτό κατά την αντίστοιχη διεύθυνση.

K_g: Ανηγμένος δείκτης εδάφους. $K_g = K_s \cdot b$, όπου K_s η ελατηριακή σταθερά του εδάφους κατά Winkler και b το πλάτος έδρασης. Εισαγωγή μηδενικής τιμής K_g εξαναγκάζει το επί ελαστικού εδάφους μέλος να συμπεριφέρεται με τον ίδιο τρόπο που συμπεριφέρεται ένα κοινό μέλος που έχει A_y και A_z μηδέν.

b/a	1	1.5	1.75	2	2.5	3	4	6	8	10	∞
n	0.141	0.196	0.214	0.229	0.249	0.263	0.281	0.299	0.307	0.313	0.333

Πίνακας 2.6: Τιμές του n για τον υπολογισμό της στρεπτικής ροπής αδράνειας



Σχήμα 2.19: Γεωμετρικά στοιχεία της διατομής

Υπολογισμός ροπών αδράνειας των μελών σύμφωνα με τους νέους κανονισμούς. Οι κύριες ροπές αδράνειας **I2** και **I3** της διατομής των μελών υπολογίζονται για τους παλιούς κανονισμούς εφ' ολοκλήρου της διατομής, ενώ, σύμφωνα με τον ΝΕΑΚ95, υπολογίζονται οι ροπές αδράνειας ως $I_{\alpha\sigma} = \omega \cdot I_{\delta}$, όπου I_{δ} η ροπή αδράνειας της πλήρους διατομής και το ω δίνεται από τον πίνακα 2.7.

Μέλος	Τιμή ω
Υποστυλώματα	1
Τοιχώματα	2/3
Δοκοί	1/2

Πίνακας 2.7: Συντελεστής απομείωσης των κύριων ροπών αδράνειας σύμφωνα με τον ΝΕΑΚ

2.8.4 Σταθερές των υλικών

Βλέπε πίνακες 203 και 403 «Σταθερές υλικών υποστυλωμάτων» και «δοκών»

Οι σταθερές των υλικών (που μπορούν να μεταβάλλονται από μέλος σε μέλος) αναφέρονται πιο κάτω:

E: Το μέτρο ελαστικότητας (KN/m^2).

G: Το μέτρο διατμήσεως (KN/m^2) που χρησιμοποιείται στον υπολογισμό των στρεπτικών και των διατμητικών συνιστωσών της παραμόρφωσης σχετίζεται με το μέτρο ελαστικότητας **E**, με τη σχέση $G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)}$, όπου ν είναι ο λόγος του Poisson (το ν μπορεί να λαμβάνεται 0.2 στις συνήθεις κατασκευές από μπετόν).

e: Το ειδικό βάρος του μέλους (KN/m^3). Χρησιμεύει για τον προσδιορισμό του ίδιου βάρους του μέλους. Μηδενική τιμή του **e** δημιουργεί ένα μέλος αβαρές.

EMB.I.B: Η επιφάνεια (cm^2) που λαμβάνεται υπόψη στον υπολογισμό του ίδιου βάρους και της ίδιας μάζας. Μηδενική τιμή **EMB.I.B** σημαίνει μέλος χωρίς βάρος και χωρίς μάζα.

a: Ο συντελεστής θερμικής διαστολής (1/grad).

p: Η πυκνότητα για κάθε είδος μέλους (t/m^3). Χρησιμοποιείται για να βρεθεί η μάζα του κάθε μέλους, ώστε να ταλαντωθεί ανάλογα, κατά τη δυναμική ανάλυση. Χρησιμοποιείται από το Fespa μόνο για το λόγο αυτό. Μηδενική τιμή του **p** εξαιρεί τη μάζα του μέλους από το μητρώο μαζών που χρησιμοποιείται κατά τη δυναμική ανάλυση.

K_g: Ο ανηγμένος δείκτης εδάφους $K_g = K_s [\text{KN/m}^3] \cdot b [\text{m}]$, όπου **b** το πλάτος έδρασης. Χρησιμοποιείται από το μέλος επί ελαστικού εδάφους κατά τον προσδιορισμό της ελαστικής του γραμμής.

2.8.5 Σταθερές εδάφους

K_s: Ο δείκτης εδάφους (KN/m^3). Ένα δόμημα που θεμελιώνεται επί ελαστικού εδάφους δεν μπορεί να έχει **K_s** μηδενικό, επειδή τότε ο φορέας είναι κινητός κατά τον κατακόρυφο άξονα.

σ_{επ}: Η επιτρεπόμενη τάση εδάφους (KN/m^2).

β: Η γωνία εσωτερικής τριβής του εδάφους ($^\circ$). Χρησιμοποιείται στον έλεγχο των πεδίων (αν υπάρχουν και δεν συνδέονται με συνδετήριες δοκούς) σε ολίσθηση και μόνο.

Στους πίνακες που ακολουθούν (2.8, 2.9, 2.10), δίνονται για χαρακτηριστικά εδάφη οι τιμές του δείκτη εδάφους **K_s** και της γωνίας εσωτερικής τριβής

Πίνακας Τιμών K_s κατά A. Rettit (KN/m^3).

Τύρφη	8000- 18000
Λεπτότατη θαλάσσια άμμος	15000- 20000
Πρόσφατη επίχωση	10000- 15000
Φυτική γη	10000- 15000
Πηλός πολύ υγρός	20000- 35000
Πηλός λίγο υγρός	30000- 60000
Πηλός ξηρός	50000- 90000
Πηλός ξηρός και σκληρός	100000-120000
Χούμους με άμμο	60000- 80000
Άργιλος με λίγη άμμο	80000-100000
Λεπτοί χάλικες με άμμο	100000-120000
Άμμος πολύ συνεκτική	120000-150000
Άμμος αρκετά συνεκτική	80000-100000
Άμμος λίγο συνεκτική	20000- 40000
Άμμος πολύ λεπτή	15000- 30000
Μέτριοι χάλικες με άμμο	120000-150000
Χονδροί χάλικες με λίγη άμμο	180000-240000
Σκληρός βράχος	200000-300000

Πίνακας 2.8: Τιμές του K_s **Γωνία εσωτερικής τριβής****Μη συνεκτικά εδάφη**

Έδαφος	Άμμος	Χάλικι	Αμμοχάλικο	Πολύ λεπτή άμμος
Γωνία	34-38	31-34	26-33	16-33

Πίνακας 2.9: Γωνία εσωτερικής τριβής για μη συνεκτικά εδάφη**Συνεκτικά εδάφη**

Έδαφος	Καθαρή ιλύς	Τύρφη, ιλύς οργανική. Ελώδη εδάφη	Άργιλος	Αμμώδης άργιλος
Γωνία	0 - 10	12 - 18	10 - 18	16 - 22

Πίνακας 2.10: Γωνία εσωτερικής τριβής για συνεκτικά εδάφη

2.8.6 Υπολογισμός συνεργαζόμενου πλάτους

Το αντίστοιχο άρθρο του ΝΚΩΣ είναι το 8.4

Η τιμή του συνεργαζόμενου πλάτους b_{ef} πλακοδοκών υπολογίζεται από τις εξισώσεις:

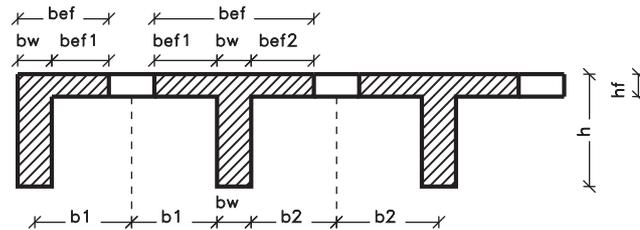
$$b_{ef} = b_w + b_{ef,1} + b_{ef,2}$$

όπου: $b_{ef,i} = \beta_i \cdot b_i$

τα μεγέθη $b_{ef,i}$, b_i , b_w φαίνονται στο σχήμα 2.18, ενώ οι τιμές του β_i δίνονται στον πίνακα 2.11. Για την απόσταση l_0 μεταξύ διαδοχικών σημείων μηδενισμού της ροπής λαμβάνονται τα εξής:

- ✳️ Ακραία ανοίγματα συνεχούς δοκού $l_0 = 0.85 \cdot l$
- ✳️ Μεσαία ανοίγματα $l_0 = 0.70 \cdot l$
- ✳️ Πρόβολοι $l_0 = 2.00 \cdot l$
- ✳️ Μεσαία στηρίγματα $l_0 = 0.30 \cdot l$

l είναι το θεωρητικό άνοιγμα της δοκού.



Σχήμα 2.20: Συνεργαζόμενα πλάτη

hf/h	b/l_0								
	1,0	0,80	0,60	0,50	0,40	0,30	0,20	0,10	0,05
<0,15	0,20	0,25	0,33	0,40	0,49	0,62	0,78	0,94	1,00
0,20	0,22	0,27	0,35	0,42	0,52	0,64	0,78	0,94	1,00
0,30	0,33	0,40	0,50	0,56	0,63	0,72	0,83	0,94	1,00

Πίνακας 2.11: Τιμές του b_{ef}/b_i για παραβολικό διάγραμμα ροπών

2.8.7 Μέλος με άκαμπτες απολήξεις (rigid offsets)

Τα μέλη των κατασκευών έχουν διατομή με πεπερασμένες διαστάσεις. Σε πολλές κατασκευές οι διαστάσεις των μελών είναι μεγάλες και έχουν ένα σημαντικό αποτέλεσμα στην ακαμψία της κατασκευής. Ανάλυση βασισμένη στην θεώρηση «σημειακών» κόμβων δίνει παραμορφώσεις μεγαλύτερες από τις πραγματικές.

Η άκαμπτη απόληξη του μέλους είναι η απόσταση μεταξύ του κέντρου βάρους και της παρειάς του κόμβου, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.19.

Σχήμα 2.21: Δοκός με άκαμπτες απολήξεις

Το μέλος με άκαμπτες απολήξεις προσομοιώνει με ακρίβεια τα συνήθη γραμμικά μέλη (δοκούς, υποστυλώματα) των κατασκευών από οπλισμένο σκυρόδεμα, στις οποίες τα μέλη συναντώνται σε κόμβους που είναι οντότητες με σημαντικές διαστάσεις.

Το Fespa υπολογίζει βάσει των δεδομένων της γραφικής εισαγωγής τα μήκη των μελών που βρίσκονται «μέσα» στους κόμβους και τα χρησιμοποιεί για τον μετέπειτα υπολογισμό των μητρώων ακαμψίας.

Οι άκαμπτες απολήξεις των μελών δεν είναι υποχρεωτικό να είναι συνευθειακές με το εύκαμπτο τμήμα του μέλους, μπορούν να έχουν δηλαδή τυχόντα προσανατολισμό στο χώρο. Περιγράφονται από τις προβολές τους (r_x , r_y , r_z) στους τρεις άξονες του καθολικού συστήματος συντεταγμένων. Αν τα μήκη των απολήξεων αρχής και τέλους είναι αντίστοιχα ίσα με r_i και r_j , το καθαρό μήκος του εύκαμπτου τμήματος προκύπτει ίσο με $L_E = L - (r_i + r_j)$.

Βλέπε παρ. 7.3.1 «Αντισεισμικά τοιχώματα ανωδομής» και 7.4.1 «Δεσμικές ράβδοι»

Οι άκαμπτες απολήξεις λειτουργούν διαφορετικά από τις «δεσμικές ράβδους». Οι δεσμικές είναι γραμμικά μέλη με κατάλληλα μεγέθη αδρανειακών χαρακτηριστικών (I1, I2, I3) και μάλιστα τέτοια που να δίνουν τις κατάλληλες τιμές παραμορφώσεων στα άκρα του μέλους. Αντίθετα, οι άκαμπτες απολήξεις παρουσιάζουν απολύτως μηδενικές τιμές διαφορικών παραμορφώσεων, ως απολύτως στερεό σώμα. Γι' αυτό το λόγο, ακριβέστερη προσομοίωση των δοκών εντός των τοιχωμάτων επιτυγχάνουν οι «δεσμικές ράβδοι».

Στην εκτύπωση των αποτελεσμάτων, τα παραμορφωσιακά και εντατικά μεγέθη υπολογίζονται για τα σημεία A και B (σχήμα 2.21), καθότι αυτά ενδιαφέρουν τον μελετητή.

Μειωτικοί συντελεστές άκαμπτων απολήξεων

Είναι παρατηρημένο ότι μια κατασκευή η οποία έχει αναλυθεί θεωρώντας πως αποτελείται από συμβατικά μέλη ανωδομής («δοκού-στύλου»), τότε οι παραμορφώσεις που προκύπτουν είναι μεγαλύτερες από τις πραγματικές, ενώ αν θεωρήσουμε μέλη με άκαμπτες απολήξεις, τότε οι παραμορφώσεις προκύπτουν μικρότερες των πραγματικών. Προκειμένου να έχει ο μελετητής έλεγχο αυτής της συμπεριφοράς, εισάγεται ο «Συντελεστής άκαμπτου τμήματος» z_i και z_j (αρχής και τέλους αντίστοιχα), ο οποίος μειώνει το ενεργό μήκος της άκαμπτης απόληξης. Το καθαρό μήκος του εύκαμπτου τμήματος (βλέπε σχήμα 2.21) προκύπτει τότε ίσο με:

$$L_E = L - [(1 - z_i) \cdot r_i + (1 - z_j) \cdot r_j]$$

Ο συντελεστής άκαμπτου τμήματος παίρνει τιμές από 0.0 έως 1.0. Όπως φαίνεται και από την τελευταία εξίσωση, τιμή του συντελεστή z ίση με 0 σημαίνει μήκος άκαμπτης απόληξης ίσο με το πραγματικό, ενώ τιμή ίση με 1 ισοδυναμεί με κατάργηση της άκαμπτης απόληξης (μετάπτωση δηλαδή σε συμβατικό στοιχείο «δοκού-στύλου»). Η διεθνής βιβλιογραφία προτείνει χρήση συντελεστή ίσου με 0.5, τιμή που και το Fespa έχει σαν προεπιλεγμένη. Αύξηση των z συνεπάγεται αύξηση των παραμορφώσεων που υπολογίζονται από το πρόγραμμα, συνεπώς επίλυση υπέρ της ασφάλειας.

2.8.8 Αρθρώσεις στα άκρα μέλους

Βλέπε πίνακες 207 και 407 «Εσωτερικές ελευθερώσεις υποστυλωμάτων» και «δοκών»

Το πρόγραμμα υποστηρίζει τη δυνατότητα εσωτερικών αρθρώσεων, αλλά και γενικότερα κάθε είδους ελευθέρωση άκρου μέλους (μετατόπιση ή στροφή).

Από τους δώδεκα συνολικά βαθμούς ελευθερίας κάθε μέλους του χωρικού πλαισίου (έξι σε κάθε άκρο - 3 μετατοπίσεις και 3 στροφές), μπορούμε να δώσουμε ελευθέρωση σε έναν ή και περισσότερους από αυτούς, προσομοιώνοντας έτσι κάθε ιδιαιτερότητα στη διαμόρφωση του φορέα που μελετάμε (εσωτερική άρθρωση, απλή έδραση μέλους σε μέλος, κ.λπ.).

Αμφιαρθρωτά στοιχεία μπορούμε να επιτύχουμε και χωρίς επιπλέον βαθμούς ελευθερίας του φορέα, αρκεί να δώσουμε στο στοιχείο I2 ή / και I3 ≈ 0 . Έτσι, αυτό δεν παραλαμβάνει καμπτικές παραμορφώσεις, αποτελεί δηλαδή στοιχείο δικτυώματος (αμφιαρθρωτό) που εμφανίζει μόνο αξονική δύναμη.

Στην περίπτωση ταυτόχρονης ύπαρξης εσωτερικής άρθρωσης στο άκρο στοιχείου με άκαμπτη απόληξη, το πρόγραμμα θεωρεί ότι η άρθρωση βρίσκεται στο άκρο του εύκαμπτου μήκους του μέλους, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.20

Σχήμα 2.22: Μέλος με άρθρωση και άκαμπτη απόληξη

Οι εσωτερικές ελευθερώσεις αναφέρονται στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων του μέλους.

2.8.9 Ελατήρια στα άκρα μέλους

Ένας ακόμη τύπος μέλους που το πρόγραμμα υποστηρίζει είναι το μέλος με ελατήρια (γραμμικά ή στροφικά) στα άκρα του. Πρόκειται για μέλος με ελαστικό περιορισμό των ακραίων μετακινήσεων ή των στροφών του, που χρησιμεύει για την προσομοίωση ελαστικών στηρίξεων με εφέδρανα, κ.λπ.

Οι ακαμψίες των ελατηρίων δίνονται στο γενικό σύστημα συντεταγμένων. Οι σταθερές τους δίνονται σε μονάδες [δύναμη]/[μήκος] για τα γραμμικά ελατήρια και σε μονάδες [δύναμη]*[μήκος] για τα στροφικά.

2.9 Συνδεσμολογία

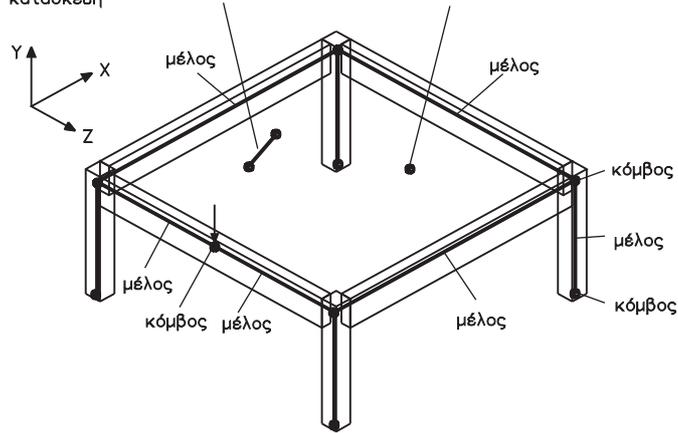
Βλέπε πίνακες 702 και 703 «Συνδεσμολογία υποστυλωμάτων» και «δοκών» και §2.6.1, «Γεωμετρία της κατασκευής, κόμβοι και μέλη»

Ο μελετητής κατά την περιγραφή του προσομοιώματος μιας κατασκευής, πρέπει να εξασφαλίζει τη μονολιθική σύνδεση των μελών μεταξύ τους, έτσι ώστε αυτά να συμπεριφέρονται ως ένα ενιαίο σύνολο, ικανό για την παραλαβή φορτίων. Είναι επομένως προφανές ότι η ύπαρξη μέλους που δεν συνδέεται με την υπόλοιπη κατασκευή, ή κόμβου που δεν συνδέεται με μέλος, όχι μόνο δεν έχει νόημα, αλλά μπορεί να προκαλέσει και αριθμητικά προβλήματα. Στο σχήμα 2.19 φαίνονται λανθασμένοι και σωστοί τρόποι συνδεσμολογίας μελών σε μια κατα-

σκευή. Το Fespa έχει μηχανισμούς ελέγχου και, πριν επιχειρήσει να επιλύσει, ελέγχει το προσομοίωμα και σας ειδοποιεί για τέτοιου είδους προβλήματα.

ΛΑΘΟΣ κόμβος – ΛΑΘΟΣ μέλος
Δεν έχει νόημα η ύπαρξη μέλους
μη συνδεδεμένου με την υπόλοιπη
κατασκευή

ΛΑΘΟΣ κόμβος
Δεν έχει νόημα η ύπαρξη κόμβου
χωρίς σύνδεση με μέλος



Σχήμα 2.23: Συνδεσμολογία μελών - κόμβων σε μια κατασκευή

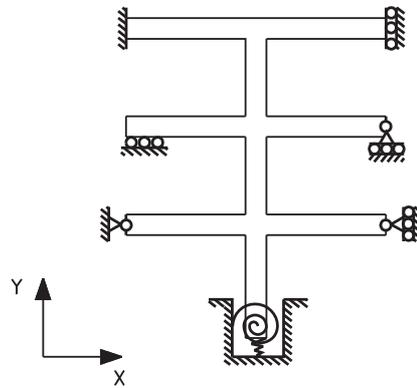
2.10 Στηρίξεις

Βλέπε §12.7
«Στηρίξεις» και
πίνακα 501
«Δυνατότητες
μετατόπισης
στηρίξεων»

Στηρίξεις στο Fespa είναι οι κόμβοι στους οποίους εδράζεται ο φορέας και χαρακτηρίζονται από 6 αριθμούς, που αντιπροσωπεύουν τους 6 βαθμούς ελευθερίας (3 μετατοπίσεις κατά τους άξονες X, Y, Z του καθολικού συστήματος συντεταγμένων (Δ) και 3 στροφές γύρω από αυτούς (Φ)).

Για κάθε στήριξη, δηλαδή, μπορούμε για καθένα από τα $\Delta_x, \Delta_z, \Delta_y, \Phi_x, \Phi_z, \Phi_y$ να δώσουμε:

- 0: Για ελευθερία μετακίνησης ή περιστροφής.
- 1: Για απαγόρευση μετακίνησης ή περιστροφής (άπειρη αντίσταση).
- 2: Για την περίπτωση που υπάρχει αντίστοιχη προκαθορισμένη μετατόπιση.



Σχήμα 2.24: Είδη στηρίξεων

Είδος στήριξης	Δx	Δy	Δz	Φx	Φy	Φz
Πλήρης πάκτωση	1	1	1	1	1	1
Άρθρωση στο επίπεδο XY	1	1	1	1	1	0
Κύλιση κατά τη X διεύθυνση	0	1	1	1	1	1
Κύλιση κατά τη Z διεύθυνση	1	1	0	1	1	1
Οριζόντια στήριξη	1	0	1	0	0	0
Προκαθορισμένη μετακίνηση κατά τη Z διεύθυνση	1	1	2	1	1	1

1 σημαίνει ότι δεν υπάρχει ακαμψία

0 σημαίνει ότι υπάρχει ακαμψία

Πίνακας 2.12: Παραδείγματα ειδών στήριξης

2.11 Φορτίσεις

Βλέπε και §14.7 «Φορτίσεις στο Fespa»

Τα είδη των φορτίσεων που μπορούν να μελετηθούν με το Fespa είναι ομοιόμορφα κατανεμημένα φορτία, συγκεντρωμένα φορτία, διαφορά θερμοκρασίας, μετακινήσεις ή στροφές στηρίξεων, συνδυασμοί των πιο πάνω φορτίσεων καθώς και σεισμικά φορτία. Το Fespa επίσης μπορεί να υπολογίσει το ίδιο βάρος της κατασκευής, βάσει των διατομών των μελών, και να το λάβει υπόψη του κατά την ανάλυση της κατασκευής ως ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο σε κάθε μέλος.

Όλα τα φορτία χαρακτηρίζονται ως μόνιμα ή κινητά, ώστε η ανάλυση που θα ακολουθήσει να είναι σύμφωνη με τους νέους κανονισμούς σκυροδέματος και αντισεισμικού σχεδιασμού.

2.11.1 Φορτία πλακών

Πέρα από το ίδιο βάρος, δύο ειδών φορτία μπορούν να εφαρμοσθούν στις πλάκες:

- Φορτία ομοιόμορφα κατανεμημένα στην επιφάνεια της πλάκας.
- Φορτία γραμμικά συγκεντρωμένα στο ελεύθερο άκρο τριέριστης πλάκας ή προβόλου, καθώς και συγκεντρωμένες ροπές στα ίδια άκρα.

Βλέπε §2.6.2,
«Το καθολικό
σύστημα συντε-
ταγμένων»

Τα φορτία αυτά (κατακόρυφα) εισάγονται με θετικό πρόσημο και το πρόγραμμα θα τα μετατρέψει σε αρνητικά φορτία-αντιδράσεις επί των δοκών. Σημειώστε ότι η μετατροπή αυτή γίνεται ώστε η φορά των φορτίων να είναι συμβατή με το καθολικό σύστημα συντεταγμένων (ο άξονας Y έχει θετική φορά προς τα πάνω).

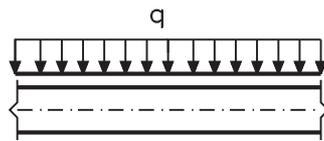
2.11.2 Φορτία μελών

Τα ομοιόμορφα κατανεμημένα φορτία που ασκούνται επί των μελών του φορέα, ανάλογα με τη διεύθυνσή τους, ανήκουν σε έναν από τους τρεις τύπους που φαίνονται στο σχήμα 2.21

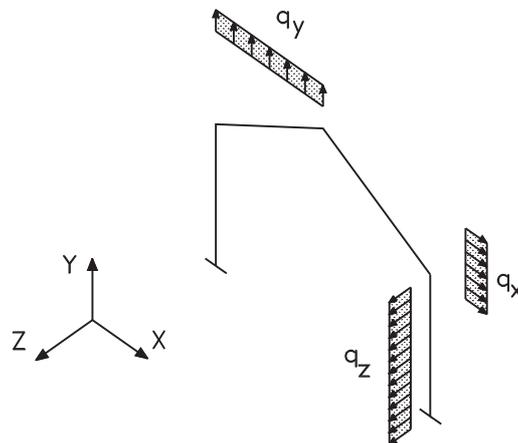
- **Καθολικό Σ. Σ.** (τύπος φορτίου 0): Η διεύθυνση των επιβαλλόμενων ομοιόμορφων φορτίων αναφέρεται στο καθολικό σύστημα συντεταγμένων (X - Y - Z). Χρησιμεύουν για την εισαγωγή των συνηθισμένων φορτίων, που είναι αποτέλεσμα δυνάμεων βαρύτητας. Αυτά τα φορτία πρέπει να έχουν αρνητικό πρόσημο και είναι ομοιόμορφα κατανεμημένα επί της ράβδου
- **Τοπικό Σ. Σ.** (τύπος φορτίου 1): Η διεύθυνση των επιβαλλόμενων ομοιόμορφων φορτίων αναφέρεται στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων του μέλους (1-2-3). Χρησιμεύουν για την προσομοίωση δράσεων που προκύπτουν π.χ. από υδροστατική πίεση, άνεμο, κ.λπ.

- **Προβολή επί μέλους** (τύπος φορτίου 2): Το ομοιόμορφο φορτίο επιβάλλεται πάνω στο προβαλλόμενο μήκος του στοιχείου στα τρία επίπεδα (XY, YZ, XZ) του γενικού συστήματος συντεταγμένων.

Σχήμα 2.25: Τύποι ομοιόμορφων φορτίων μελών



Σχήμα 2.26: Ομοιόμορφα φορτία επί της ράβδου (Τύπος 1)

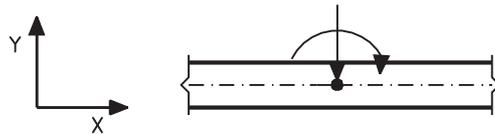


Σχήμα 2.27: Η θετική φορά των ομοιόμορφων φορτίων στο καθολικό σύστημα συντεταγμένων

2.11.3 Φορτία κόμβων

Βλέπε πίνακες
807 και 808

Επικόμβια φορτία, τόσο δυνάμεις όσο και ροπές, μπορούν να εφαρμοστούν σε κάθε ελεύθερο (μη στηριγμένο) κόμβο του φορέα. Τα φορτία αυτά εισάγονται στο καθολικό σύστημα συντεταγμένων της κατασκευής. Οι θετικές δυνάμεις ενεργούν κατά τη θετική φορά των αξόνων. Παράδειγμα συγκεντρωμένων φορτίων φαίνεται στο σχήμα 2.23.



Σχήμα 2.28: Συγκεντρωμένο φορτίο και ροπή σ' έναν κόμβο

2.11.4 Ίδια βάρη μελών

Το Fespa υπολογίζει τα ίδια βάρη των μελών της κατασκευής ως αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού της επιφάνειας που αντιστοιχεί στο ίδιο βάρος (βλέπε ιδιότητες μέλους) επί το ειδικό βάρος του υλικού του μέλους.

Στα μέλη που χρησιμοποιούνται ως ειδικά στοιχεία προσομοίωσης, π.χ. δεσμικές ράβδοι, αντιστοιχίζεται ειδικό βάρος μηδέν, ώστε να μην υπολογίζεται δύο φορές το αντίστοιχο βάρος.

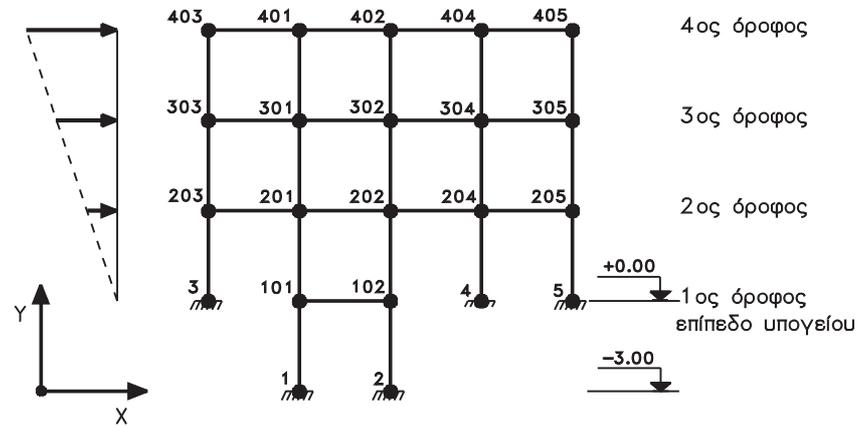
Το ίδιο γίνεται και στα μέλη της θεμελίωσης (μέλη επί ελαστικού εδάφους), ώστε να μην επιβαρύνεται η επιτρεπόμενη τάση του εδάφους με τα ίδια βάρη της θεμελίωσης και ως εκ τούτου να μην υπάρχει ανάγκη αντίστοιχης εισαγωγής αυξημένης επιτρεπόμενης τάσης σύμφωνα με το βάθος της θεμελίωσης.

Σε κάθε περίπτωση, ο χειριστής του προγράμματος έχει την δυνατότητα παρεμβάινοντας να καθορίσει τις πιο πάνω τιμές.

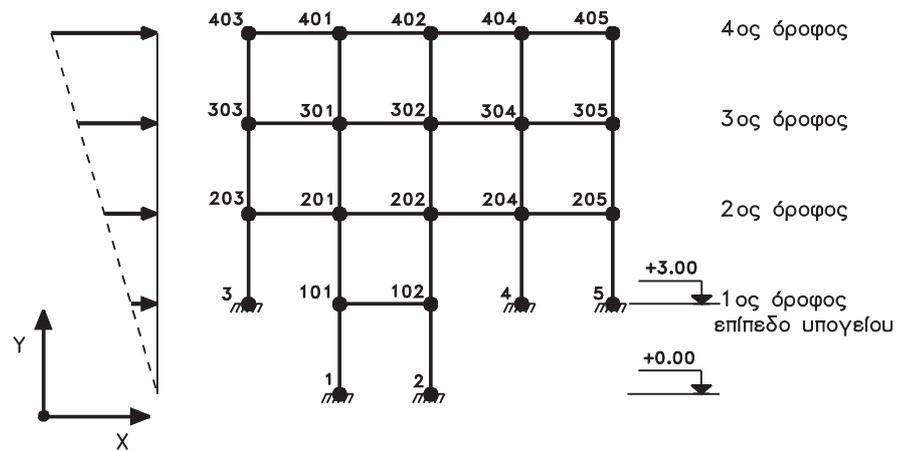
2.11.5 Σεισμικά φορτία

Η γεννήτρια σεισμικών φορτίων που είναι ενσωματωμένη στο Fespa είναι ικανή να υπολογίσει στατικά σεισμικά φορτία σύμφωνα με τους πιο κάτω κανονισμούς (αναφέρονται στην ισοδύναμη στατική ανάλυση). Θεωρείται ότι τα οριζόντια φορτία ενεργούν στο επίπεδο XZ του καθολικού συστήματος συντεταγμένων, ενώ τα φορτία βαρύτητας δρουν αντίθετα προς τον άξονα Y. Έτσι, για ένα μοντέλο οικοδομής, ο Y άξονας πρέπει να είναι κάθετος στο επίπεδο των ορόφων και να οδεύει προς τα πάνω. Όταν το ύψος του υπογείου και τα φορτία του δεν συμμετέχουν στον υπολογισμό της σεισμικής φόρτισης, τότε, στο επίπεδο της

θεμελίωσης, η συντεταγμένη y των κόμβων έχει αρνητική τιμή, π.χ. $y=-3.00$ (σχήματα 2.24a, 2.24b).



Σχήμα 2.29a: Το υπόγειο δεν συμμετέχει στη σεισμική φόρτιση



Σχήμα 2.29b: Το υπόγειο συμμετέχει στη σεισμική φόρτιση

Τα φορτία αυτά υπολογίζονται και εφαρμόζονται σε κάθε κόμβο του φορέα και μπορούν να έχουν διεύθυνση που καθορίζεται από το χειριστή. Το Fespa προκαθορίζει τον ελάχιστο απαιτούμενο αριθμό και τις διευθύνσεις των σεισμικών φορτίσεων, οι οποίες μπορούν να εμπλουτιστούν με περισσότερες γωνίες φόρτισης.

Λεπτομέρειες για τους συντελεστές αυτούς υπάρχουν στην §4.2.1.

Για τον καθορισμό του μεγέθους των σεισμικών δυνάμεων, ο μελετητής πρέπει να εισαγάγει τη ζώνη σεισμικής επικινδυνότητας, το συντελεστή σεισμικής συμπεριφορά q , τη σπουδαιότητα του κτιρίου, την κατηγορία εδάφους κ.λπ.

Παλιός αντισεισμικός κανονισμός. Το σεισμικό φορτίο στη στάθμη z δίνεται (Άρθρο 4, §2β ΑΚ59) από τη σχέση:

$$H_z = \varepsilon \cdot \left(\sum N_i \right) \cdot \frac{N_z \cdot H_z}{\sum_{i=1}^n N_i \cdot H_i} \quad (2.11)$$

Νέος αντισεισμικός κανονισμός. Η συνολική οριζόντια σεισμική δύναμη V_o (τέμνουσα βάση) υπολογίζεται από το Fespa χρησιμοποιώντας την πιο κάτω σχέση που δίνεται από τον κανονισμό:

$$V_o = M \cdot R_d(T) \quad (2.12)$$

όπου

M = Η συνολική ταλαντούμενη μάζα της κατασκευής.

$R_d(T)$ = Η τιμή της φασματικής επιτάχυνσης.

T = Η θεμελιώδης ιδιοπερίοδος της ταλάντωσης.

✱ Η καθ' ύψος κατανομή των σεισμικών φορτίων γίνεται σύμφωνα με τη σχέση:

$$F_i = \frac{(V_o - V_H) \cdot m_i \cdot y_i}{\sum_i^N m_i \cdot y_i}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.13)$$

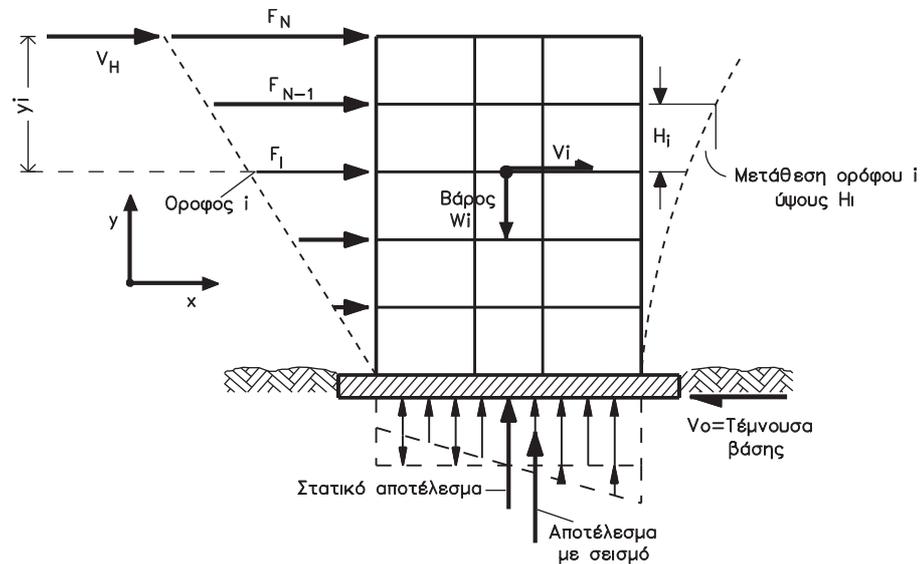
όπου

m_i = Συγκεντρωμένη μάζα στη στάθμη i .

V_H = Πρόσθετη δύναμη που εφαρμόζεται στην κορυφή του κτιρίου όταν $T > 1 \text{ sec}$.

N = Ο αριθμός των ορόφων.

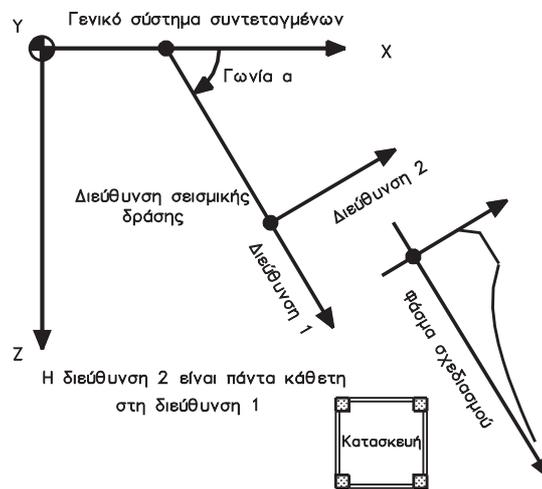
y_i = Απόσταση της στάθμης i από την κορυφή.



Σχήμα 2.30: Κατανομή σεισμικού φορτίου, ισοδύναμη στατική φόρτιση NEAK

Βλέπε πίνακα
801 «Σεισμικές
δράσεις»

Διεύθυνση σεισμικής δράσης. Η διεύθυνση της σεισμικής δράσης προσδιορίζεται στο Fespa καθορίζοντας τη γωνία α , όπως φαίνεται στο σχήμα 2.26. Για να υπολογιστεί η ταυτόχρονη δράση της κάθετης διεύθυνσης απαιτείται και ο καθορισμός της γωνίας της κάθετης διεύθυνσης (διεύθυνση 2 του σχήματος 2.26.).



Σχήμα 2.31: Η διεύθυνση της σεισμικής δράσης καθορίζεται από τη γωνία α

Βλέπε και την §6.4.6, «Η χωρική επαλληλία»

Η πιθανότητα δυσμενούς συνδυασμού των δύο οριζόντιων συνιστωσών της σεισμικής δράσης λαμβάνεται υπόψη χρησιμοποιώντας την πιο κάτω σχέση:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \quad (2.14)$$

E_1 και E_2 είναι οι ομόσημες τιμές οποιουδήποτε εντατικού μεγέθους, όπως προκύπτουν από την ανάλυση για ανεξάρτητη επενέργεια της οριζόντιας συνιστώσας κατά τις ορθογώνιες διευθύνσεις 1 και 2, αντίστοιχα. Οι τιμές όλων των εντατικών μεγεθών που προκύπτουν από κάθε τέτοια δράση θεωρούνται συνυπάρχουσες.

Ο σεισμικός συνδυασμός δράσεων καταλήγει στους:

$$S_d = S (G_k + \Sigma \psi_{2ik} * Q_{ik} + \sqrt{E_1^2 + E_2^2}) \quad (2.15)$$

$$S_d = S (G_k + \Sigma \psi_{2ik} * Q_{ik} - \sqrt{E_1^2 + E_2^2}) \quad (2.16)$$

2.11.6 Κατακόρυφη συνιστώσα της σεισμικής δράσης

Βλέπε πλαίσιο παραμέτρων επίλυσης §12.10

☛ Το Fespa δίδει την ευχέρεια στο χειριστή, εάν αυτός το κρίνει αναγκαίο, να λάβει υπόψη του και τη κατακόρυφη συνιστώσα της σεισμικής δράσης.

☛ Η κατακόρυφη συνιστώσα της σεισμικής δράσης απαιτείται να λαμβάνεται υπόψη μόνο σε περιοχές σεισμικότητας III και IV, για δοκούς που φέρουν φυτευτά υποστυλώματα.

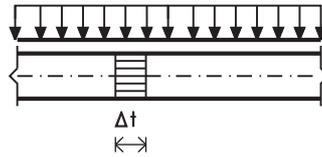
☛ Ο συνδυασμός δράσεων με σεισμό, στην περίπτωση αυτή, γίνεται:

$$S_d = S (G_k + \Sigma \psi_{2ik} * Q_{ik} \pm \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + E_Y^2}) \quad (2.17)$$

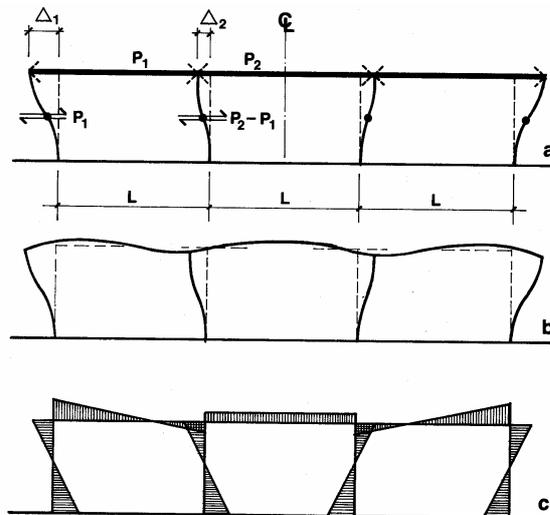
2.11.7 Θερμοκρασιακή μεταβολή

Βλέπε § 7.67 «Συνδυασμοί φορτίσεων» και «§14.7 "Οι φορτίσεις στο Fespa"»

Στο Fespa υπάρχει η δυνατότητα να οριστεί θερμοκρασιακή μεταβολή κατά μήκος ενός μέλους (σχήμα 2.32). Το πρόγραμμα υπολογίζει την αξονική παραμόρφωση (συστολή ή διαστολή) του μέλους εξαιτίας αυτής της θερμοκρασιακής μεταβολής. Αναλύει δε και διαστασιολογεί, ανάλογα με τα εντατικά μεγέθη που υπολογίζει, με βάση την παραπάνω παραμόρφωση. Στο σχήμα 2.33 φαίνονται τα αποτελέσματα λόγω της διαστολής των μελών σε ένα πλαίσιο.



Σχήμα 2.32: Φόρτιση ενός μέλους από διαφορά θερμοκρασίας

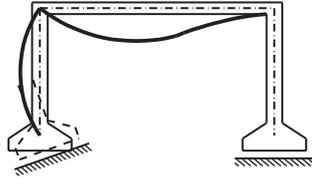


Σχήμα 2.33: Παραμορφώσεις και ροπές πλαισίου από διαφορά θερμοκρασίας

2.11.8 Φόρτιση από υποχώρηση στήριξης, καταναγκασμοί

Βλέπε §12.7
«Στήριξη» και
πίνακες 501 και
502

Φορτία μπορούν να εφαρμοστούν στην κατασκευή και με τη μορφή υποχώρησης στηρίξεων. Οι καταναγκασμοί αυτοί μπορεί να είναι είτε μετατοπίσεις είτε στροφές των στηρίξεων και εισάγονται στο πρόγραμμα σε μέτρα και μοίρες, αντίστοιχα (σχήμα 2.34). Σημειώστε ότι τέτοιοι καταναγκασμοί μπορούν να οριστούν μόνο σε διευθύνσεις κατά τις οποίες ο αντίστοιχος βαθμός ελευθερίας είναι ανενεργός.



Σχήμα 2.34: Μετατόπιση ή και στροφή στηρίξεων

2.12 Δυνατότητες της ανάλυσης

Το Fespa έχει τις εξής δυνατότητες ανάλυσης:

- ✦ Ανάλυση με τη μέθοδο της **ακαμψίας**.
- ✦ Ανάλυση με τη **δυναμική** μέθοδο.

Τα κύρια σημεία για κάθε είδος ανάλυσης επεξηγούνται στις ακόλουθες παραγράφους. Λεπτομέρειες της θεωρίας μπορεί να βρει κανείς στη βιβλιογραφία, π.χ. [BATH76].

2.12.1 Μέθοδος ακαμψίας

Η μέθοδος της ακαμψίας με την οποία έχει τη δυνατότητα να επιλύσει το Fespa βασίζεται στη μητρική μέθοδο των παραμορφώσεων. Κατά την ανάλυση των κατασκευών με την παραπάνω μέθοδο, η κατασκευή προσομοιώνεται με ένα μαθηματικό μοντέλο ως μία **σύνθεση από διακριτά στοιχεία** (χωρικά ραβδόμορφα μέλη ή πεπερασμένα στοιχεία). Καθένα από τα μέλη αυτά εξαναγκάζεται σε συγκεκριμένη μορφή παραμόρφωσης, η οποία και ικανοποιεί την ισορροπία των δυνάμεων και την συμβατότητα των παραμορφώσεων στους κόμβους.

Στατικά συστήματα, όπως δοκοί, υποστυλώματα, πέδιλα κ.λπ., τα οποία μεταφέρουν φορτία σε τρεις διευθύνσεις, πρέπει να διακριτοποιηθούν σε έναν αριθμό μελών από ράβδους δύο κόμβων, που συνδέονται το ένα με το άλλο στους κόμβους τους. Τα φορτία μπορούν να εφαρμόζονται ως κατανεμημένα φορτία επί των ράβδων, οπότε ονομάζονται **επιράβδια**, ή ως συγκεντρωμένα φορτία στους κόμβους, οπότε λέγονται **επικόμβια**.

2.12.2 Παραδοχές της ανάλυσης

Για την πλήρη ανάλυση του δομήματος είναι απαραίτητος ο προσδιορισμός τόσο του καθολικού μητρώου ακαμψίας \mathbf{K} της κατασκευής, όσο και των μητρώων (διανυσμάτων) φορτίων \mathbf{R} και μαζών \mathbf{M} (το μητρώο μαζών χρησιμεύει στη δυ-

ναμική ανάλυση). Τα μητρώα αυτά παράγονται με βάση τις ακόλουθες παραδοχές:

- ✱ Η κατασκευή προσομοιώνεται ως μία σύνθεση από δοκούς, υποστύλωματα, τοιχώματα, πέδιλα και πεδίλοδοκούς που ενώνονται μεταξύ τους στους κόμβους. Η σύνθεση αυτή υπόκειται και αποκρίνεται σε συγκεντρωμένες φορτίσεις που επιδρούν στους κόμβους. Τα φορτία αυτά μπορούν να είναι δυνάμεις ή ροπές προς οποιαδήποτε κατεύθυνση.
- ✱ Το μέλος δοκού-στύλου (ράβδος) είναι ένα διάμηκες δομικό μέλος που έχει μία σταθερή, **διπλά συμμετρική** ή σχεδόν διπλά συμμετρική διατομή¹ καθ' όλο το μήκος του. Κάθε ράβδος μεταφέρει πάντα αξονικές δυνάμεις. Μπορεί ακόμα να αποκρίνεται σε κάμψη και διάτμηση σε δύο κάθετα μεταξύ τους επίπεδα. Έχει ακόμη τη δυνατότητα να αποκρίνεται σε στρεπτική καταπόνηση.
- ✱ Οι εσωτερικές και εξωτερικές δυνάμεις που δρουν σε κάθε κόμβο βρίσκονται σε ισορροπία. Αν έχουν καθοριστεί στρεπτικές ή καμπτικές ιδιότητες για κάθε μέλος, αυτές χρησιμοποιούνται για την κατασκευή των μητρώων έξι βαθμών ελευθερίας σε κάθε κόμβο (τρεις μετατοπίσεις κατά τους άξονες X, Y, Z του καθολικού συστήματος συντεταγμένων και τρεις στροφές γύρω από αυτούς).
- ✱ Δύο συστήματα αξόνων χρησιμοποιούνται για την παραγωγή των απαιτούμενων μητρώων, το **τοπικό** και το **καθολικό** σύστημα. Το τοπικό σύστημα είναι εξαρτημένο από κάθε ένα μέλος και καθορίζεται έτσι ώστε η μέθοδος υπολογισμού να είναι γενικευμένη και η υπολογιστική προσπάθεια ελάχιστη. Το καθολικό σύστημα αξόνων είναι ο κοινός τύπος που μοιράζονται όλα τα μέλη, ώστε οι δυνάμεις και οι μετακινήσεις των μελών να εκφράζονται σε κοινό πλαίσιο αναφοράς.

2.12.3 Βασικές εξισώσεις

Το πλήρες μητρώο ακαμψίας **K** μιας κατασκευής παράγεται από τη συστηματική άθροιση των στοιχείων ακαμψίας **k** των μελών της. Οι εξωτερικές φορτίσεις που επιβάλλονται στην κατασκευή εξομοιώνονται με συγκεντρωμένα φορτία που δρουν στους κόμβους της. Το μητρώο ακαμψίας συσχετίζει τα φορτία αυτά με τις παραμορφώσεις των κόμβων μέσω της εξίσωσης

¹ Η παραδοχή αυτή δεν είναι περιορισμός ή ιδιαιτερότητα του Fespa. Προκύπτει ευθέως από τη μέθοδο προσδιορισμού του μητρώου ακαμψίας των ραβδωτών φορέων. Η παραβίαση αυτού του περιορισμού είναι που καθιστά ανακριβή την ανάλυση μελών που έχουν διατομή ανοιχτή και λεπτότοιχη (όπως οι πυρήνες των ανελκυστήρων) ως ένα μέλος με ενιαία διατομή. Μέθοδοι για την αντιμετώπιση τέτοιων συμπλεγμάτων παρέχονται από τη βιβλιογραφία και παρατίθενται στο κεφάλαιο της προσομοίωσης πιο κάτω, κεφάλαιο 7.

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{R} \quad (2.18)$$

όπου \mathbf{K} είναι το μητρώο **ακαμψίας**
 \mathbf{U} είναι το διάνυσμα των **παραμορφώσεων** (οι άγνωστοι)
 και \mathbf{R} είναι το διάνυσμα των **φορτίων**

Τα φορτία επί των μελών μπορεί να περιλαμβάνουν τα ακόλουθα είδη:

- ☛ Φορτία βαρύτητας (ίδια βάρη).
- ☛ Ομοιόμορφα φορτία επί των μελών.
- ☛ Θερμικά φορτία.

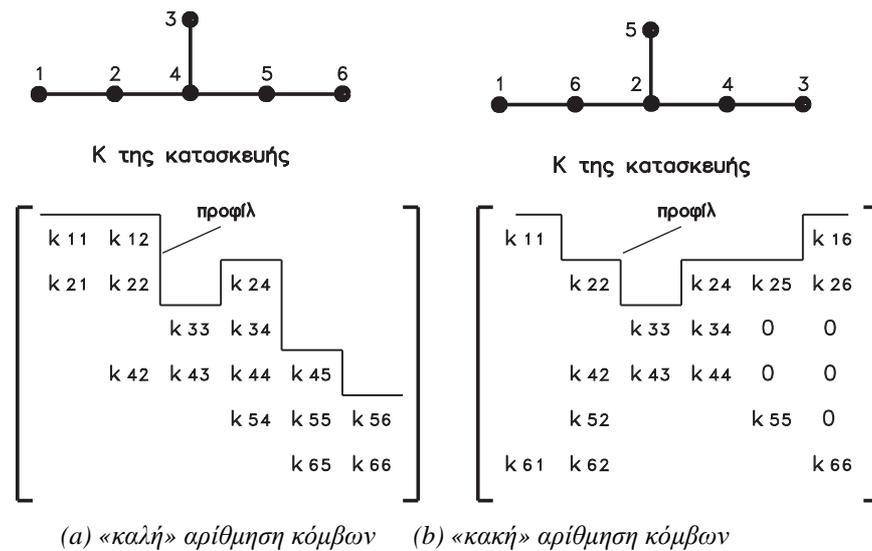
Η παραπάνω σχέση περιλαμβάνει όλους τους κόμβους της κατασκευής, ανεξάρτητα από το αν επιτρέπεται η μετατόπισή τους ή είναι «δεσμευμένοι» (αν δηλαδή οι αντίστοιχοι βαθμοί ελευθερίας είναι ενεργοί ή ανενεργοί). Ο αριθμός των βαθμών ελευθερίας αναπαριστά τον αριθμό των αγνώστων στην ανάλυση.

2.12.4 Ιδιότητες των μητρώων ακαμψίας \mathbf{k} και \mathbf{K}

Τα μητρώα ακαμψίας \mathbf{k} (των μελών) και \mathbf{K} (του φορέα) είναι **συμμετρικά**. Αυτό ισχύει για κάθε φορέα για τον οποίο η σχέση μεταξύ των επιβαλλόμενων φορτίων και των εξ αυτών παραγόμενων παραμορφώσεων είναι **γραμμική**.

Το μητρώο ακαμψίας \mathbf{K} του φορέα είναι αραιό. Τούτο σημαίνει ότι το \mathbf{K} περιέχει πολύ μεγάλο αριθμό από μηδενικά στοιχεία. Ένα τρισδιάστατο προσομοίωμα με πολλούς βαθμούς ελευθερίας μπορεί να δημιουργήσει ένα \mathbf{K} , στο οποίο σχεδόν το 99% από τα \mathbf{K}_{ij} είναι μηδενικά. Η αποθήκευση και διαχείριση τόσο πολλών μηδενικών στοιχείων δεν είναι αποδοτική. Το Fespa, προκειμένου να φυλάξει και να επεξεργαστεί το μητρώο \mathbf{K} (και τα άλλα μεγάλα μητρώα, όπως το μητρώο μαζών \mathbf{M} , που χρησιμοποιείται στη δυναμική ανάλυση), χρησιμοποιεί την τεχνική περιγραφής αραιών μητρώων. Παράδειγμα τοπολογίας του μητρώου \mathbf{K} φαίνεται στο σχήμα 2.30. Σε μια καλή διάταξη, όπως στο σχήμα 2.30a, οι μηδενικοί όροι διατάσσονται μέσα σε μια λωρίδα γύρω από τη διαγώνιο και το **ημιεύρος \mathbf{b}** της λωρίδας αυτής είναι μικρό. Γενικά υπάρχουν κάποιοι μηδενικοί όροι μέσα σ' αυτή την λωρίδα, όμως μόνο μηδενικοί όροι υπάρχουν έξω από τα όρια της. Το **προφίλ** αυτής της λωρίδας είναι η γραμμή που περιγράφει τα όρια αυτής της λωρίδας, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.30a. Επειδή το \mathbf{K} είναι συμμετρικό, χρειάζεται να κρατηθούν μόνο οι διαγώνιοι όροι του και οι όροι που περιέχονται μέσα στην περιοχή του προφίλ. Έτσι για το σχήμα 2.30a, πρέπει να κρατήσουμε τους όρους $\mathbf{K}_{11}, \mathbf{K}_{22}, \mathbf{K}_{33}, \mathbf{K}_{44}, \mathbf{K}_{55}, \mathbf{K}_{66}, \mathbf{K}_{12}, \mathbf{K}_{34}, \mathbf{K}_{42}, \mathbf{K}_{45}$ και \mathbf{K}_{56} (11 όροι). Για την «κακή» διάταξη του σχήματος 2.30b, πρέπει να κρατηθούν περισσότεροι όροι λόγω των μηδενικών που περιέχονται στο προφίλ: $\mathbf{K}_{11}, \mathbf{K}_{22}, \mathbf{K}_{33}, \mathbf{K}_{44}, \mathbf{K}_{55}, \mathbf{K}_{66}, \mathbf{K}_{24}, \mathbf{K}_{34}, \mathbf{K}_{25}, 0, 0, \mathbf{K}_{16}, \mathbf{K}_{26}, 0, 0, 0$, (16 όροι). Οι μηδενι-

κοί όροι που βρίσκονται μέσα στο προφίλ μπορούν να αποκτήσουν τιμή διάφορη του μηδενός καθώς εξελίσσεται η επίλυση του συστήματος, ενώ οι μηδενικοί όροι που βρίσκονται έξω απ' αυτό παραμένουν πάντα μηδενικοί. Η διαφορά μεταξύ της «καλής» και της «κακής» διάταξης βρίσκεται στην αρίθμηση των κόμβων. Σ' ένα προσομοίωμα με πολλούς κόμβους η διαφορά μεταξύ «καλής» και «κακής» αρίθμησης των κόμβων μπορεί να είναι εντυπωσιακή.



Σχήμα 2.35: Δύο φορείς αποτελούμενοι από μέλη που έχουν ένα βαθμό ελευθερίας σε κάθε κόμβο. Οι μη μηδενικοί όροι του μητρώου παρουσιάζονται ως k_{ij}

Σχετικά με την επαναρίθμηση των κόμβων βλέπε την §6.3.7 και §12.10 «Επίλυση»

Οι προηγούμενες παρατηρήσεις εξηγούν γιατί η αποδοτικότητα της επίλυσης εξαρτάται από την αρίθμηση των κόμβων. Η αρίθμηση όμως των κόμβων, προκειμένου να αποκτηθεί «καλή» τοπολογία του μητρώου K , μπορεί να γίνει σαζοκεφαλιά για το μελετητή. Ευτυχώς, με το Fespa, δε χρειάζεται ο μελετητής να μεριμνήσει για την αποδοτική αρίθμηση των κόμβων όταν προετοιμάζει τα δεδομένα. Το Fespa παραλαμβάνει την αρίθμηση κόμβων του μελετητή, αναδιατάσσει εσωτερικά την αρίθμηση αυτή (**επαναρίθμηση κόμβων**), έτσι ώστε όλες οι διαδικασίες στατικής και δυναμικής ανάλυσης να είναι πυκνές και αποδοτικές¹. Τέλος, αντιστρέφει την αρίθμηση στην αρχική της μορφή, ώστε στα αποτελέσματα να εμφανίζεται η αρίθμηση που χρησιμοποίησε ο μελετητής.

¹ Σχετικά με το θέμα των αλγορίθμων για την ανεύρεση της βέλτιστης αρίθμησης των κόμβων του φορέα υπάρχει ένας πολύ μεγάλος αριθμός από άρθρα στα οποία μπορεί

Κάθε διαγώνιος όρος των \mathbf{k} και \mathbf{K} είναι θετικός¹. Με άλλα λόγια τα μητρώα ακαμψίας **είναι και παραμένουν θετικά ορισμένα**. Αυτό εξηγείται ως εξής. Υποθέστε ότι ένας βαθμός ελευθερίας είναι ο μόνος μη μηδενικός βαθμός ελευθερίας του συστήματος, έτσι ώστε το φορτίο που προκαλεί παραμόρφωση u_i να είναι:

$$r_i = k_{ii} \cdot u_i \quad (2.19)$$

Καθώς τα r_i και u_i είναι θετικά προς την ίδια κατεύθυνση, αρνητική τιμή του διαγώνιου όρου k_{ii} σημαίνει ότι το φορτίο και η εξ αυτού παραγόμενη παραμόρφωση έχουν αντίθετες διευθύνσεις, πράγμα άτοπο. Για τον ίδιο λόγο, οι διαγώνιοι όροι του \mathbf{K} είναι θετικοί **και μετά την αντιστροφή** του μητρώου.

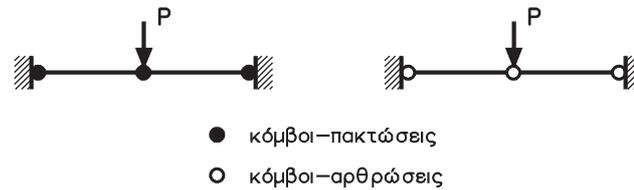
Κατασκευή που είναι αστήρικτη, ή έχει ανεπαρκείς στηρίξεις, έχει μητρώο ακαμψίας \mathbf{K} που είναι **ανώμαλο**² (singular), και δεν είναι δυνατή η επίλυση της εξίσωσης $\mathbf{KU}=\mathbf{R}$ ως προς τις μετακινήσεις των κόμβων \mathbf{U} . Για την αποφυγή δημιουργίας ανώμαλων μητρώων \mathbf{K} , οι στηρίξεις πρέπει να είναι τόσες ώστε να αποκλείουν όλες τις δυνατές κινήσεις στερεού σώματος. Τέτοιες είναι κινήσεις που δεν προκαλούν παραμόρφωση στην κατασκευή. Συνήθως δεν είναι δύσκολο να προσδιορισθεί ο ελάχιστος αναγκαίος αριθμός στηρίξεων που αποκλείει την κίνηση στερεού σώματος, (τότε οι αντιδράσεις των στηρίξεων μπορούν να προσδιοριστούν μόνο από τις εξισώσεις ισορροπίας). Οι ελάχιστες αναγκαίες στηρίξεις κάνουν μια κατασκευή στατικά ορισμένη. Περισσότερες από τις αναγκαίες στηρίξεις κάνουν τις αντιδράσεις στηρίξεων στατικά αόριστες. Αυτή είναι κατάσταση απόλυτα παραδεκτή και δεν δημιουργεί περιπλοκές στο Fespa.

Κατασκευή που περιέχει ένα μηχανισμό έχει ανώμαλο μητρώο ακαμψίας \mathbf{K} . Ας θεωρήσουμε μια απλή ευθύγραμμη κατασκευή, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.31, που έχει προσομοιωθεί με δύο μέλη-δοκούς. Έτσι προκύπτει ένας κόμβος στο κέντρο της δοκού, με τον οποίο συνδέονται τα δύο μέλη. Το μοντέλο αυτό είναι σταθερό (δεν περιέχει μηχανισμούς). Αν τώρα αντικαταστήσουμε τα δύο μέλη-δοκούς με δύο μέλη δικτύματος (σχήμα 2.31), το μοντέλο περιέχει ένα μηχανισμό, επειδή δύο συγγραμμικές ράβδοι δικτύματος δεν παρουσιάζουν αντίσταση σε εγκάρσια στις ράβδους δύναμη που εφαρμόζεται στον κοινό τους κόμβο. Δεν έχει σημασία το γεγονός ότι μπορεί να μην εφαρμόζεται τέτοια δύναμη στον κόμβο. Το μητρώο \mathbf{K} είναι ανώμαλο, ανεξάρτητα από τις τιμές του μητρώου των φορτίσεων.

κάνεις να ανατρέξει για περισσότερες πληροφορίες. Ενδεικτικά αναφέρονται τα: [CUTH69], [COLL73], [GIBB76], [EVER79], [LEWI82], [SLOA86], [LUO92].

¹ Δεν ισχύει το ίδιο και με τους εκτός της διαγώνιου όρους του \mathbf{K} , οι οποίοι **μπορούν** να είναι αρνητικοί.

² **Ανώμαλο** ονομάζεται ένα μητρώο όταν έχει μηδενική ορίζουσα.



Σχήμα 2.36a:
Ευσταθής κατασκευή
με δύο μέλη

Σχήμα 2.36b:
Ασταθής κατασκευή με δύο μέλη (μηχανισμός)

2.12.5 Μέθοδος επίλυσης

Υπάρχουν πολλές μέθοδοι για την εύρεση των αγνώστων σ' ένα σύστημα γραμμικών εξισώσεων. Η πιο κατάλληλη, για την ανάλυση φορέων των οποίων το καθολικό μητρώο \mathbf{K} έχει τις ιδιότητες που περιγράψαμε πιο πάνω, λέγεται μέθοδος **LDU**. Επειδή τα μητρώα ακαμψίας, γραμμικά ελαστικών κατασκευών, είναι πάντα συμμετρικά και θετικά ορισμένα, η πιο αποδοτική μορφή της παραπάνω μεθόδου είναι εκείνη που λαμβάνει υπόψη της τόσο το ημιεύρος του μητρώου όσο και το προφίλ του. Η εφαρμογή της μεθόδου αυτής έχει κατασταλάξει στην κατασκευή μιας οικογένειας επιλυτών εξισώσεων, που είναι γενικότερα γνωστή με το όνομα *Profiler Solvers*. Η μέθοδος αυτή είναι ακριβής, πυκνή και αποτελεσματική, η βάση της είναι η αναγωγή του Gauss και είναι αυτή που έχει επιλεγεί ως η καταλληλότερη για το Fespa¹.

2.12.6 Μία και μόνο, ακέραη κατασκευή

Η ακεραιότητα και μοναδικότητα της κατασκευής είναι μια σοβαρή απαίτηση που πρέπει να ικανοποιείται από κάθε προσομοίωμα. Ο χειριστής, κατά την κατασκευή και περιγραφή του προσομοιώματος, πρέπει να εξασφαλίζει τη συμπεριφορά όλων των μελών ως ένα ενιαίο σύνολο, μία κατασκευή, και όχι σαν δύο ή περισσότερες. Ως «ακέραη» κατασκευή χαρακτηρίζεται μια κατασκευή στην οποία όλα τα μέλη που την απαρτίζουν είναι μονολιθικά συνδεδεμένα μεταξύ τους. Τότε το όλο μοντέλο συμπεριφέρεται ως ένα ενιαίο σύστημα παραλαβής φορτίων. Η μη τήρηση αυτής της ακεραιότητας επιδρά στις μαθηματικές εξισώσεις και δημιουργεί αριθμητικά προβλήματα. Το Fespa ελέγχει την κατασκευή ως προς την ακεραιότητα με έναν πολυσύνθετο αλγόριθμο, εντοπίζει και ειδο-

¹ Λεπτομέρειες της μεθόδου θα βρεί κανείς στα βιβλία: [BATH76], [ZIEN89], ενώ ακόμη μεγαλύτερη ανάλυση περιλαμβάνεται στα άρθρα: [WILS74], [MOND74], [MOND74b], [JALO85], και [LO92].

ποιεί όταν υπάρχουν πολλαπλές κατασκευές μέσα στο ίδιο μοντέλο (τυχόν ασύνδετα τμήματα).

2.12.7 Προβλήματα αστάθειας και προσομοίωση

Προβλήματα αστάθειας μπορεί να οφείλονται κυρίως σε δύο λόγους: σε προβλήματα προσομοίωσης και σε προβλήματα αριθμητικής αστάθειας.

Προβλήματα προσομοίωσης. Υπάρχει μία ποικιλία προβλημάτων προσομοίωσης που μπορεί να καταλήξουν σε ασταθείς καταστάσεις. Μπορούμε να τα κατατάξουμε σε δύο ομάδες, σε προβλήματα τοπικής αστάθειας και σε προβλήματα γενικής αστάθειας.

Προβλήματα τοπικής αστάθειας. Τέτοια προβλήματα μπορεί να προκληθούν όταν το δόμημα περιέχει έναν ή περισσότερους μηχανισμούς (ή σχεδόν μηχανισμούς), όπως εξηγήθηκε πιο πάνω στην §2.12.4.

Προβλήματα γενικής αστάθειας. Τέτοια προβλήματα μπορεί να προκληθούν όταν οι στηρίξεις μιας κατασκευής είναι τέτοιες που να μην την εξασφαλίζουν έναντι ολίσθησης ή ανατροπής σε μία ή περισσότερες διευθύνσεις. Για παράδειγμα μία χωρική κατασκευή για την οποία έχουν καθοριστεί ως πλήρεις πακτώσεις μόνο δύο κόμβοι, ή έχουν καθοριστεί τρεις κόμβοι, που όμως βρίσκονται στη ίδια ευθεία είναι μία ασταθής κατασκευή. Τέτοιες κατασκευές ονομάζονται στην ιδιοδιάλεκτο των μελετητών «ιπτάμενες κατασκευές».

Αριθμητική ακρίβεια, ευστάθεια. Μαθηματικό σφάλμα μπορεί να προκληθεί κατά τη διαδικασία αντιστροφής του μητρώου ακαμψίας. Ένας από τους όρους της εξίσωσης ισορροπίας παίρνει τη μορφή:

$$\frac{1}{(1 - a)} \quad (2.20)$$

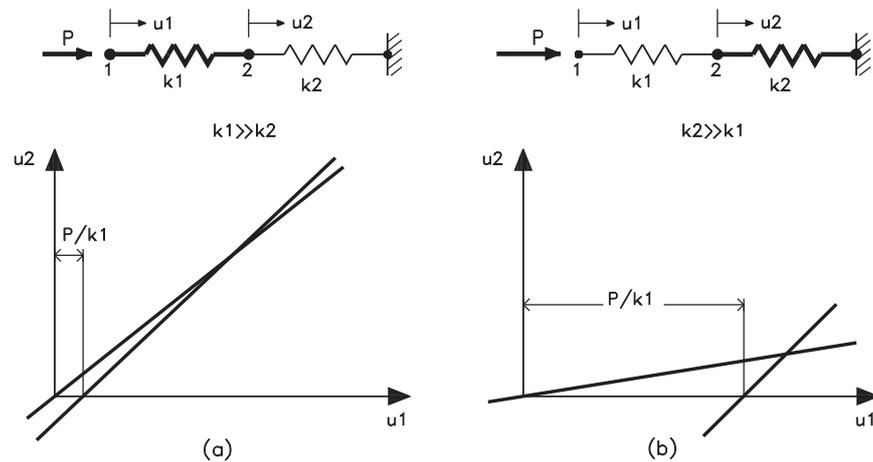
$$\text{όπου: } a = \frac{k_1}{k_1 + k_2} \quad (2.21)$$

και k_1, k_2 είναι οι συντελεστές ακαμψίας δύο συνδεδεμένων μελών.

Όταν ένα πολύ άκαμπτο μέλος συνδέεται με ένα πολύ εύκαμπτο, όπως στο σχήμα 2.32a, δηλαδή όταν $k_1 \gg k_2$ (ή $k_1 + k_2 \approx k_1$), τότε το $a=1$ και επομένως

$\frac{1}{1 - a} = \frac{1}{0} = \infty$. Συμπερασματικά, μεγάλες διαφορές στην ακαμψία δύο συνδεδεμένων μελών πρέπει να αποφεύγονται.

Μαθηματική αστάθεια μπορεί ακόμα να προκληθεί όταν υπάρχει λάθος στις μονάδες μήκους, έντασης ή των σταθερών των υλικών των μελών, όταν δηλαδή αυτά δεν είναι εκπεφρασμένα στο ίδιο σύστημα μονάδων.



Το άκαμπτο τμήμα στηρίζεται από το εύκαμπτο. Ασταθής λύση.

Το εύκαμπτο τμήμα στηρίζεται από το άκαμπτο. Ευσταθής λύση.

Σχήμα 2.37: Μία κατασκευή δύο βαθμών ελευθερίας

Μηχανισμός ελέγχων. Το Fespa διαθέτει μηχανισμό ελέγχων της συμβατότητας των διαφόρων μονάδων στις οποίες εκφράζονται τα αναγκαία μεγέθη που συμβάλλουν στην ακαμψία, ώστε να μην είναι δυνατόν να συμβεί μαθηματική αστάθεια από αβλεψία σε συστήματα μονάδων. Επίσης το Fespa διαθέτει σύστημα επιθεωρήσεως της μαθηματικής ακρίβειας και της ευστάθειας της επίλυσης, ώστε προβλήματα σαν αυτά που περιγράφηκαν πιο πάνω να ανιχνεύονται έγκαιρα και να ειδοποιείται ο χειριστής του προγράμματος.

Το σύστημα αυτό περιλαμβάνει τα πιο κάτω αναφερόμενα κριτήρια ελέγχου της «ποιότητας» των αποτελεσμάτων:

Έλεγχος για μηδενικό διαγώνιο στοιχείο. Όπως είδαμε πιο πάνω, η τιμή της διαγωνίου του μητρώου \mathbf{K} είναι και παραμένει θετική. Μηδενικός διαγώνιος όρος που προκύπτει από την κατασκευή του \mathbf{K} σημαίνει ότι στον φορέα περιέχεται κάποιος μηχανισμός, ενώ μηδενισμός διαγωνίου όρου που προκύπτει κατά την διάρκεια της επίλυσης σημαίνει πρόβλημα αριθμητικής αστάθειας και πρέπει να αναζητηθεί η αιτία της και να διορθωθεί. Κάθε μηδενικός διαγώνιος όρος επισημαίνεται και ειδοποιείται ο χειριστής του προγράμματος, ενώ η λειτουργία του προγράμματος διακόπτεται.

Έλεγχοι αλλαγής προσήμου της διαγωνίου του K. Όπως είδαμε πιο πάνω, η τιμή της διαγωνίου του μητρώου K είναι και παραμένει θετική. Αλλαγή προσήμου στην κεντρική διαγώνιο σημαίνει πρόβλημα αριθμητικής αστάθειας και πρέπει να αναζητηθεί η αιτία της και να διορθωθεί. Κάθε αλλαγή στο πρόσημο διαγωνίου στοιχείου επισημαίνεται και ειδοποιείται ο χειριστής του προγράμματος.

O λόγος απόλυτης τιμής μέγιστου προς ελάχιστο διαγώνιο στοιχείο. Τυπώνεται ο λόγος της μέγιστης προς την ελάχιστη τιμή της κυρίας διαγωνίου του μητρώου ακαμψίας πριν από την επίλυση. Η τιμή του λόγου αυτού μετρά τη μέγιστη διαφορά ακαμψιών.

Μέγιστος αριθμός απολεσθέντων ψηφίων ή κριτήριο κατάρρευσης της διαγωνίου. Κατά τη φάση της αντιστροφής του καθολικού μητρώου ακαμψίας, η κύρια διαγώνιος μετασχηματίζεται για τις ανάγκες της επίλυσης του συστήματος. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα οι τιμές που παίρνει η διαγώνιος να μειώνονται συνεχώς (στην αρχική της κατάσταση η κύρια διαγώνιος θα έχει μία αρκετά μεγάλη θετική τιμή).

Το πρόγραμμα επιβλέπει συνεχώς τις μεταβολές κάθε στοιχείου της διαγωνίου του μητρώου ακαμψίας, ώστε να εκτιμάται η αξία των παραγόμενων αποτελεσμάτων.

Οι λόγοι των τιμών των στοιχείων της κύριας διαγωνίου προς των μετασχηματισμένων μειωμένων τιμών της δηλώνουν τον αριθμό των απολεσθέντων ψηφίων. Μεγάλος αριθμός απολεσθέντων ψηφίων εκφράζει μειωμένη ακρίβεια και κατά συνέπεια αβεβαιότητα για τα αποτελέσματα. Η αναλυτική έκφραση δίνεται από τη σχέση:

$$n = \log_{10} \left[\max \left\{ \left| \frac{d}{d_{\text{after}}} \right| \right\} \right] \quad (2.22)$$

όπου:

n είναι ο αριθμός των απολεσθέντων ψηφίων,

dd είναι η τιμή του διαγωνίου όρου πριν από την αναγωγή, και

d_{after} είναι η τιμή του διαγωνίου όρου μετά την αναγωγή.

Ενέργεια. Η συνολική ενέργεια παραμόρφωσης του συστήματος εκφράζει τα έργα των «δυνάμεων» που αναπτύσσονται στο φορέα. Μεγάλη ενέργεια δηλώνει «ασταθές» μοντέλο. Προσδιορίζει «εμμέσως» τη σημασία των μεγάλων διαφορών ακαμψίας. Εφόσον δηλαδή μεγάλες ακαμψίες λόγω πιθανών ελάχιστων φορτίων δεν προκαλούν μεγάλες παραμορφώσεις, τότε δεν προκαλούν «αστάθεια» στο μοντέλο. Η συνολική ενέργεια του συστήματος συγκρίνεται με την τιμή της μέγιστης διαγωνίου.

Υπόλοιπα ισορροπίας κόμβων. Εκτυπώνονται τα υπόλοιπα ισορροπίας των κόμβων. Δηλώνουν την τιμή του κάθε εντατικού μεγέθους που υπολείπεται για να ισορροπεί ο κόμβος. Ο απλούστερος έλεγχος της ποιότητας των αποτελεσμάτων είναι η επιθεώρηση των υπολοίπων ισορροπίας, όπως προκύπτουν από την επίλυση. Τα υπόλοιπα αυτά καθορίζονται ως εξής: Η μητρική εξίσωση ισορροπίας του φορέα έχει τη μορφή $\mathbf{R}=\mathbf{K}\mathbf{U}$, όπου \mathbf{R} είναι το διάνυσμα των φορτίων, \mathbf{K} το μητρώο ακαμψίας και \mathbf{U} το διάνυσμα των μετακινήσεων, δηλαδή η λύση του συστήματος.

Το διάνυσμα των υπολοίπων ισορροπίας είναι $\mathbf{r}=\mathbf{R}-\mathbf{K}\mathbf{U}$. Όλοι οι όροι του \mathbf{r} πρέπει να είναι πολύ κοντά στο μηδέν. Αν δεν συμβαίνει αυτό, τότε στους υπολογισμούς πιθανώς ενυπάρχει κάποια αριθμητική αστάθεια. Το αντίστροφο, δυστυχώς, δεν ισχύει. Μικρές τιμές των υπολοίπων ισορροπίας δεν αποτελούν εγγύηση για την ορθότητα των αποτελεσμάτων της επίλυσης. Ο μελετητής πρέπει να έχει στο μυαλό του ότι έλεγχοι όπως «το άθροισμα των αντιδράσεων ισούται με το άθροισμα των επιβαλλόμενων φορτίων», καθώς και τοπικοί έλεγχοι ισορροπίας, είναι ουσιαστικά έλεγχοι των υπολοίπων ισορροπίας.

Είναι προφανές ότι μεγάλες τιμές των υπολοίπων ισορροπίας του κόμβου δηλώνουν αβέβαια αποτελέσματα.

Η τιμή της ορίζουσας του μητρώου ακαμψίας δίδεται από τον τύπο:

$$\det(\mathbf{K}) = \prod_{i=1}^n d_{ii} \quad (2.23)$$

όπου d_{ii} οι διαγώνιοι όροι του αντίστροφου μητρώου \mathbf{K}

Η τιμή της ορίζουσας του καθολικού μητρώου \mathbf{K} είναι φυσιολογικά ένας πολύ μεγάλος αριθμός, με τάξη μεγέθους συγκρινόμενη με την τιμή του μέγιστου διαγώνιου όρου. Μηδενική, ή σχεδόν μηδενική τιμή της ορίζουσας, σημαίνει ότι υπάρχουν τμήματα του φορέα ασύνδετα μεταξύ τους (μηχανισμός) ή τόσο χαλαρά συνδεδεμένα μεταξύ τους που ο φορέας είναι σχεδόν μηχανισμός. Μηδενική τιμή της ορίζουσας μπορεί να σημαίνει ακόμη φορέα χωρίς επαρκείς στηρίξεις (ιπτάμενη κατασκευή).

```

>>ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΓΕΝΙΚΟΥ ΜΗΤΡΩΟΥ ΚΑΙ ΕΠΙΛΥΣΗ (M= 1)
=====
ΔΕΙΚΤΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΑΝΤΙΩΡΑΣΕΩΝ      =      1
ΜΗΚΟΣ ΕΝΟΣ BLOCK ΣΤΗΝ ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΜΗΜΗ   =   35056
ΜΕΓΙΣΤΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ BLOCKS                =      1
ΑΡΙΘΜΟΣ BLOCKS                          =      1

ΕΛΕΓΧΟΙ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗΣ ΜΗΤΡΩΟΥ
ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ ΜΕΓΙΣΤΗΣ ΔΙΑΓΩΝΙΟΥ = 0.15358E+08
ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ ΕΛΑΧΙΣΤΗΣ ΔΙΑΓΩΝΙΟΥ = 0.33211E+03
ΛΟΓΟΣ (ΜΑΧ/ΜΙΝ)                    = 0.46245E+05
ΜΕΓΙΣΤΟΣ ΑΡ. ΑΠΟΛΕΣΘΕΝΤΩΝ ΨΗΦΙΩΝ = 2 (1.7174)

ΕΝΕΡΓΕΙΑ                               = 0.15892E+00

ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ ΕΛΑΧΙΣΤΗΣ ΔΙΑΓΩΝΙΟΥ = 0.33211E+03 ΕΞΙΣΩΣΗ: 672
ΑΛΓΕΒΡΙΚΗ ΤΙΜΗ                      = 0.33211E+03 ΕΞΙΣΩΣΗ: 672
ΟΡΙΖΟΥΣΑ                              = 0.15015E+01 * 10 ** 4088

```

Πίνακας 2.13: Τα αποτελέσματα των ελέγχων της ευστάθειας της επίλυσης, όπως φαίνονται στην εκτύπωση του Fespa

Αξιολόγηση κριτηρίων. Λόγω της φύσης των προβλημάτων που καλούμαστε να επιλύσουμε (πολυβάθμια συστήματα με σημαντικά μεγάλο αριθμό κόμβων και μελών), τα όρια των τιμών των προαναφερθέντων κριτηρίων που θα πρέπει να προκαλέσουν ανησυχία παρουσιάζουν μεγάλη διασπορά από περίπτωση σε περίπτωση.

Το κύριο κριτήριο που δηλώνει το πότε «**κάποιο**» πρόβλημα δημιουργείται είναι ο αριθμός των απολεσθέντων ψηφίων. Όταν ο αριθμός αυτός υπερβεί την τιμή 7, τότε:

- ❗ Πρώτα πρώτα το πρόγραμμα προειδοποιεί το χειριστή με κατάλληλο μήνυμα.
- ❗ Τότε ο χειριστής θα πρέπει να ελέγξει τα «Υπόλοιπα ισορροπίας» και τα λοιπά κριτήρια. Αν αυτά δεν είναι εκτός ορίων, τότε δεν υπάρχει πρόβλημα.
- ❗ Σε αντίθετη περίπτωση, θα πρέπει να ισχυροποιηθεί το μοντέλο στη θέση που παρουσιάζει μικρή ακαμψία. Η τελευταία πληροφορία δίδεται από την εξίσωση στην οποία εμφανίζεται η απόλυτη τιμή της ελάχιστης διαγωνίου του μητρώου ακαμψίας.
- ❗ Αν υπάρχει αμφιβολία, θα πρέπει να επιλυθεί ο φορέας εκ νέου, με μικρή διαφοροποίηση στο μητρώο φορτίων. Ως αποτέλεσμα αυτού, θα πρέπει να προκύψουν (για ευσταθείς επιλύσεις) μεγέθη ανάλογα της διαφοράς στα φορτία.

✘ Προς την κατεύθυνση αυτή, **ισχυρότατο** εργαλείο αποτελεί το πρόγραμμα της τριδιάστατης απεικόνισης του προσομοιώματος. Παρακολουθώντας από το πρόγραμμα αυτό τον παραμορφωμένο φορέα, μπορεί να εντοπισθεί το ή τα μέλη που είναι «προβληματικά». Τέτοια μέλη λογίζονται αυτά στα οποία αναπτύσσονται αναλογικά με τα υπόλοιπα μέλη του φορέα σημαντικά μεγάλες παραμορφώσεις.

Βλέπε και §8.4.1

Η «**ποιότητα**» της μοντελοποίησης του φορέα απεικονίζεται στην κατασκευή του γενικού μητρώου ακαμψίας που φαίνεται στον πίνακα 2.13.

Πιθανά «λάθη» τα οποία οδηγούν σε ανακριβή αποτελέσματα είναι τα ακόλουθα:

- ✘ Έλλειψη επαρκών εδαφικών στηρίξεων.
- ✘ Δημιουργία «μηχανισμού» σε μέρος του φορέα λόγω ανεπαρκούς συνδέσεως.
- ✘ Ύπαρξη υπερβολικών διαφορών ακαμψίας μεταξύ συνδεδεμένων μελών.
- ✘ Εισαγωγή «λανθασμένων» φορτίσεων (μέγεθος - διεύθυνση).

2.12.8 Δυναμική μέθοδος

Η Δυναμική ανάλυση του Fespa περιλαμβάνει τα ακόλουθα:

- ✘ Ανάλυση ιδιοτιμών.
- ✘ Φασματική ανάλυση αποκρίσεων.

Αυτές περιγράφονται πιο κάτω.

Ανάλυση ιδιοτιμών. Η αντισεισμική ανάλυση με τη μέθοδο της επαλληλίας των φασματικών ιδιομορφών απαιτεί τον προσδιορισμό των ιδιομορφών και των ιδιοσυχνοτήτων του συστήματος.

Τούτο σημαίνει την επίλυση του γενικευμένου προβλήματος των ιδιοτιμών

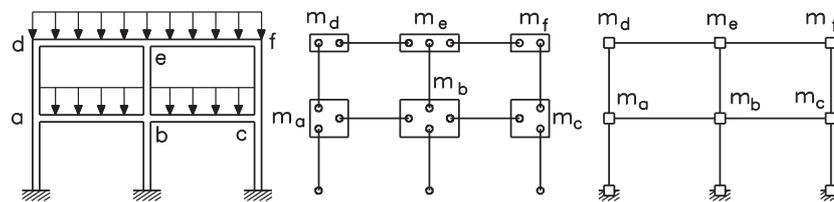
$$\mathbf{K} \cdot \Phi = \mathbf{M} \cdot \Phi \cdot \Omega^2 \quad (2.24)$$

- όπου:
- K** είναι το μητρώο ακαμψίας
 - M** είναι το διαγώνιο μητρώο μαζών
 - Ω^2** είναι το διαγώνιο μητρώο των ιδιοτιμών
 - Φ** είναι το μητρώο των αντίστοιχων ιδιοδιανυσμάτων.

Το Fespa επιλύει το πρόβλημα των ιδιοτιμών για τις χαμηλότερες n_v ιδιοτιμές (και τα αντίστοιχα διανύσματα), χρησιμοποιώντας τον επιταχυνθέντα αλγόριθμο αναζήτησης στον υποχώρο (Accelerated subspace iteration method). Κατά τη διάρκεια της επίλυσης, το πρόγραμμα έχει τη δυνατότητα να εκτυπώνει τις προσεγγίσεις των ιδιοτιμών μετά από κάθε επανάληψη. Καθώς τα ιδιοδιανύσματα

συγκλίνουν, απαλείφονται από τον υποχώρο και εισάγονται νέες προσεγγίσεις των διανυσμάτων. Λεπτομέρειες για τη μέθοδο μπορεί να βρει κανείς στα [WILS83], [BATH80].

Προσομοίωση μαζών. Οι φυσικές περίοδοι (ιδιοπερίοδοι) και οι ιδιομορφές μιας κατασκευής είναι κρίσιμα μεγέθη για τον καθορισμό της απόκρισης της κατασκευής σε μια εδαφική κίνηση λόγω σεισμού. Η ανάλυση των ιδιοτιμών θα καθορίσει αυτές τις τιμές. Καθώς δεν υπάρχουν εξωτερικά εφαρμοζόμενα φορτία, οι ιδιοσυχνότητες και οι ιδιοτιμές είναι συναρτήσεις της ακαμψίας και της κατανομής της μάζας της κατασκευής.



Σχήμα 2.38: Συγκέντρωση μαζών στους κόμβους της κατασκευής

Τα αποτελέσματα του υπολογισμού των ιδιοσυχνοτήτων και των ιδιομορφών μπορούν να ποικίλουν σημαντικά ως αποτέλεσμα της προσομοίωσης των μαζών. Αυτή η ποικιλία με τη σειρά της επηρεάζει τη φασματική απόκριση και τα αποτελέσματα της δυναμικής ανάλυσης. Εξ αυτού προκύπτει ότι θα πρέπει κανείς να είναι ιδιαίτερα προσεκτικός όταν αποφασίζει για το προσομοίωμα των μαζών στη δυναμική ανάλυση. Οι ενεργές μάζες (όλες οι μάζες που έχουν τη δυνατότητα να κινηθούν) πρέπει να προσομοιώνονται ως φορτία, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.33.

Ανάλυση φασματικής (σεισμικής) απόκρισης. Αυτή η δυνατότητα επιτρέπει στο χειριστή να αναλύσει την κατασκευή έναντι σεισμικών φορτίων. Η δυναμική εξίσωση ισορροπίας, που σχετίζεται με την απόκριση ενός δομήματος σε κίνηση του εδάφους, είναι η εξής:

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{U} + \mathbf{M} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{A}_g \quad (2.25)$$

όπου: \mathbf{K} είναι το μητρώο ακαμψίας

\mathbf{M} είναι το διαγώνιο μητρώο μάζας

\mathbf{A}_g είναι η επιτάχυνση του εδάφους

και \mathbf{U}, \mathbf{A} είναι οι μεταθέσεις και επιταχύνσεις του δομήματος, αντίστοιχα.

Το Fespa θα επιλύσει αυτές τις εξισώσεις χρησιμοποιώντας τη μεθοδολογία της επαλληλίας των ιδιομορφών που προκύπτουν από την φασματική ανάλυση. Βλέπε [WILS82].

Η εδαφική επιτάχυνση μπορεί να εισαχθεί είτε προσδιοριζόμενη από τον κανονισμό (οπότε χρησιμοποιείται το φάσμα επιταχύνσεων-περιόδων που ορίζει ο κανονισμός) είτε ως ψηφιακή προσομοίωση της καμπύλης των επιταχύνσεων έναντι των περιόδων.

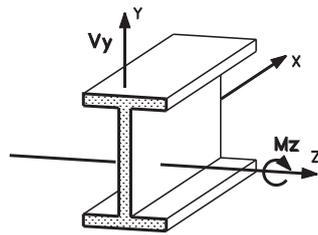
Ο εδαφικός κραδασμός μπορεί να συμβεί ταυτόχρονα σε τρεις διευθύνσεις, δηλαδή σε οποιοδήποτε δύο αμοιβαία κάθετες διευθύνσεις στο ΧΖ επίπεδο και στην Υ διεύθυνση. Για τον προσδιορισμό των μέγιστων μετακινήσεων και των μέγιστων εντατικών μεγεθών των μελών, υπολογίζονται οι ιδιομορφικές αποκρίσεις που αντιστοιχούν σε καθεμιά από τις προηγούμενες διευθύνσεις και, μετά, επαλληλίζονται χρησιμοποιώντας τον κανόνα της πλήρους τετραγωνικής επαλληλίας (CQC). Βλέπε [WILS81].

Η συνολική απόκριση υπολογίζεται ως το άθροισμα των αποκρίσεων των τριών διευθύνσεων χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της τετραγωνικής ρίζας του αθροίσματος των τετραγώνων (SRSS).

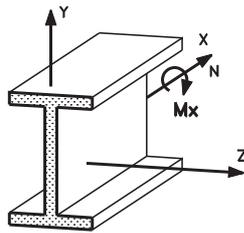
2.13 Αποτελέσματα της ανάλυσης

Τα εντατικά μεγέθη στα άκρα ενός μέλους (δυνάμεις και ροπές) είναι αποτέλεσμα της εφαρμογής φόρτισης στην κατασκευή. Τα στοιχεία αυτά αναφέρονται στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων του μέλους. Στο παρακάτω σχήμα (σχήμα 2.34) φαίνονται ποιες είναι οι θετικές φορές των μεγεθών αυτών ως προς τους άξονες του συστήματος.

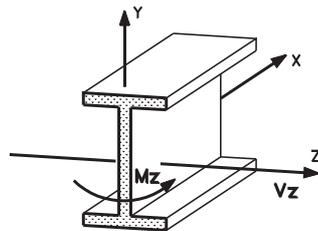
Τα εντατικά μεγέθη σε ενδιάμεσα σημεία. Ο χειριστής του Fespa έχει τη δυνατότητα να επιλέξει κάποιο ενδιάμεσο σημείο ενός μέλους, στο οποίο θα υπολογιστούν εντατικά μεγέθη. Αυτά τα εντατικά μεγέθη μπορεί να ληφθούν υπόψη και στη διαστασιολόγηση του μέλους. Ο συνολικός αριθμός των σημείων του μέλους, στα οποία θα υπολογιστούν τα εντατικά μεγέθη, δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερος από πέντε, συμπεριλαμβανομένων και των δύο άκρων του μέλους. Αν δεν οριστούν επιπλέον ενδιάμεσα σημεία του μέλους από τον χειριστή, το πρόγραμμα για τη διαστασιολόγηση θα λάβει υπόψη του μόνο τα εντατικά μεγέθη των άκρων.



Θετική Ροπή M_z και Τέμνουσα V_y



Θετική Αξονική N και Στρεπτική Ροπή M_x



Θετική Ροπή M_y και Τέμνουσα V_z

Σχήμα 2.39: Θετικές φορές εντατικών μεγεθών στα άκρα ενός μέλους

2.14 Ανάλυση πλακών

Το Fespa έχει τη δυνατότητα να αναλύσει τα πιο κάτω είδη πλακών χρησιμοποιώντας την αντίστοιχη μεθοδολογία.

- ✘ Τετραέρειςτες. Μέθοδος Pieper-Martens (βλέπε [ΤΑΣΙ84], [ΠΕΝΕ95]).
- ✘ Αμφιέρειςτες (εδραζόμενες σε δυο απέναντι πλευρές). Μέθοδος πλακολωρίδας Stiglat-Wippel (βλέπε [STIG76]).
- ✘ Τριέρειςτες. Αναλύονται κατά Czerny (βλέπε Beton- Kalender 1989).
- ✘ Διέρειςτες. Μέθοδος Stiglat-Wippel, [STIG76].
- ✘ Πρόβολοι. Στατική ραβδωτών φορέων.
- ✘ Πλάκες επί ελαστικής εδράσεως. Μέθοδος Czerny (βλέπε Beton- Kalender 1992 και §7.5.4 πιο κάτω).

2.14.1 Παραδοχές κατά την ανάλυση των πλακών

Τα βέλη κάμψεως των πλακών θεωρούνται αρκετά μικρά ώστε να ισχύει η αναλογία δυνάμεων-παραμορφώσεων.

Οι ολόσωμες πλάκες θεωρούνται ισότροπες, ενώ οι δοκιδωτές πλάκες (Zöllner ή Sandwich) μπορούν να είναι και ανισότροπες (μπορούν δηλαδή να έχουν κενά με άνισες πλευρές ή ανόμοιες διαδοκίδες ανά διεύθυνση). Κατά την ανάλυση ανισότροπων πλακών, όπως αυτή του σχήματος 2.35, προκύπτουν οι ακόλουθοι συντελεστές αναγωγής της ανισοτροπίας:

$$\kappa = \frac{\omega \cdot k_I \cdot \varepsilon^4}{1 + \omega \cdot k_I \cdot \varepsilon^4} \quad (2.26)$$

για τη διεύθυνση x και

$$\rho = \frac{1}{1 + \omega \cdot k_I \cdot \varepsilon^4} \quad (2.27)$$

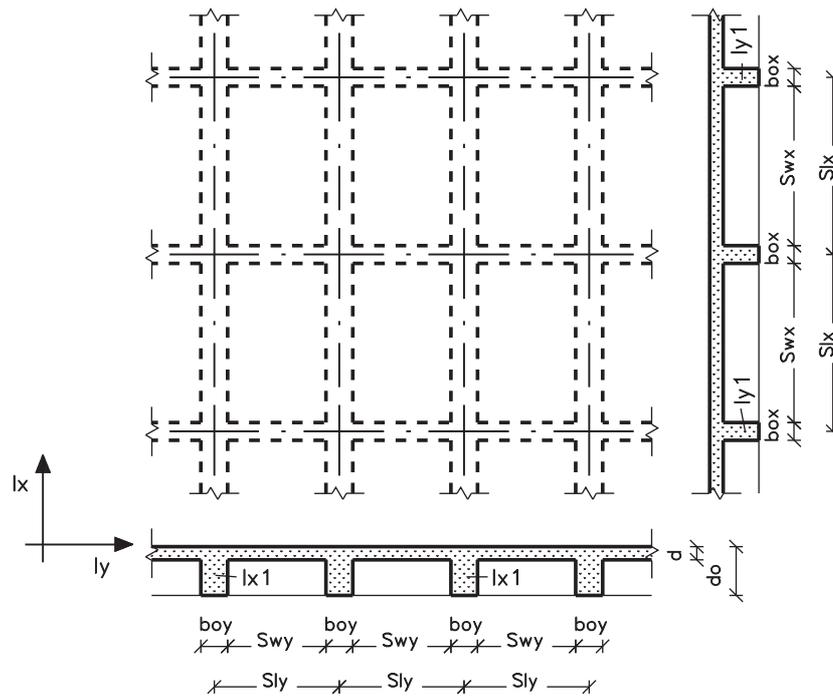
για την y.

$$\text{όπου: } k_I = \frac{I_x}{I_y} = \frac{\frac{I_{x1}}{s_{ly}}}{\frac{I_{y1}}{s_{lx}}} = \frac{I_{x1} \cdot s_{lx}}{I_{y1} \cdot s_{ly}} = \frac{s_{lx}}{s_{ly}} \frac{b_{ox}}{b_{oy}} \cdot \left(\frac{d_{ox}}{d_{oy}}\right)^3, \quad \varepsilon = \frac{l_y}{l_x}$$

και ω είναι συντελεστής που εξαρτάται από τον τρόπο στήριξης της πλάκας και λαμβάνει τις τιμές που φαίνονται στον πίνακα 2.14.

Τύπος στήριξης	Ω
Αμφιέριστη	5
Μονόπακτη	5-3=2
Αμφίπακτη	5-4=1

Πίνακας 2.14: Τιμές του συντελεστή ω



Σχήμα 2.40: Γεωμετρικοί καθορισμοί δοκιδωτής πλάκας που εντείνεται σε δύο διευθύνσεις

Στον πιο κάτω πίνακα 2.15 συνοψίζονται οι επιμέρους συντελεστές k_I που χρησιμοποιούνται από το Fespa για τις διάφορες περιπτώσεις ανισοτροπίας των δοκιδωτών πλακών.

γεωμετρικές συνθήκες	$k_I = \frac{s_{Ix}}{s_{Iy}} \cdot \frac{b_{ox}}{b_{oy}} \cdot \left(\frac{d_{ox}}{d_{oy}}\right)^3$			
πάχος δοκίδας b_o	$b_{ox} = b_{oy}$		$b_{ox} \neq b_{oy}$	
πλάτος κενού s_i	$s_{Ix} = s_{Iy}$	$s_{Ix} \neq s_{Iy}$	$s_{Ix} \neq s_{Iy}$	$s_{Ix} = s_{Iy}$
$d_{ox} = d_{oy}$	1	$\frac{s_{Ix}}{s_{Iy}}$	$\frac{s_{Ix}}{s_{Iy}} \cdot \frac{b_{ox}}{b_{oy}}$	$\frac{b_{ox}}{b_{oy}}$
$d_{ox} \neq d_{oy}$	$\left(\frac{d_{ox}}{d_{oy}}\right)^3$	$\frac{s_{Ix}}{s_{Iy}} \cdot \left(\frac{d_{ox}}{d_{oy}}\right)^3$	$\frac{s_{Ix}}{s_{Iy}} \cdot \frac{b_{ox}}{b_{oy}} \cdot \left(\frac{d_{ox}}{d_{oy}}\right)^3$	$\frac{b_{ox}}{b_{oy}} \cdot \left(\frac{d_{ox}}{d_{oy}}\right)^3$

Πίνακας 2.15: Συντελεστής διανομής k_I δοκιδωτών πλακών που εντείνονται κατά δύο διευθύνσεις

Η εγκάρσια συστολή του σκυροδέματος λαμβάνεται υπόψη με $\nu=0.0$ (ν είναι ο συντελεστής Poisson), επειδή η διατομή της πλάκας βρίσκεται σε στάδιο II.

Αντίσταση των πλακών σε συστρόφη. Ο συνυπολογισμός της αντίστασης σε συστρόφη λαμβάνεται υπόψη μόνο όταν τοποθετηθούν και οι αντίστοιχοι οπλισμοί συστρόφης, ενώ όταν δεν τοποθετούνται τέτοιοι οπλισμοί, η αντίσταση των πλακών σε συστρόφη αγνοείται, με αποτέλεσμα βεβαίως την αντίστοιχη αύξηση την ροπών των ανοιγμάτων. Στην περίπτωση των δοκιδωτών πλακών (Zöllner), μια και οι πλάκες αυτές δεν έχουν δυνατότητα να αναπτύξουν αντίσταση σε συστρόφη, η επίλυση γίνεται κατά τις δύο διευθύνσεις, χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η επιρροή της συστρόφης και χωρίς να τοποθετείται οπλισμός για την ανάληψή της (βλέπε [HAHN74]).

2.14.2 Μέθοδοι ανάλυσης πλακών

Για την ανάλυση των πλακών μπορούν να χρησιμοποιηθούν δύο μέθοδοι υπολογισμού, ανάλογα με την τιμή του λόγου p/q , όπου:

p = Συνολικό φορτίο (μόνιμο και κινητό).

q = Κινητό φορτίο.

Χωρίς ανάγκη δυσμενών φορτίσεων ($q/p \leq 2/3$). Σε περίπτωση που ο λόγος των κινητών φορτίων προς το σύνολο μονίμων και κινητών είναι μικρότερος της τιμής $2/3$, οι πλάκες μπορούν να θεωρούνται **μεμονωμένες** και να υπολογίζονται με την μέθοδο Pieper-Martens, [Beton und Stahlbetonbau, 6ος 1966].

Ως ροπές των ανοιγμάτων λαμβάνονται οι ροπές των μεμονωμένων πλακών και μάλιστα ως μέσος όρος μεταξύ των ροπών πλακών με στρεπτές στηρίξεις και των ροπών πλακών με πακτώσεις στις πλευρές συνέχειας.

Για τις ροπές στηρίξεων, το Fespa υπολογίζει οπλισμούς ώστε να καλύπτεται η αλγεβρικά μεγαλύτερη ροπή που προκύπτει από τις σχέσεις

$$M_s = \frac{(M_{e1} + M_{e2})}{2} \leq 0,75 * \min(M_{e1}, M_{e2}) \quad \text{εάν } \frac{l_1}{l_2} \leq 5 \quad (2.28)$$

$$\text{και } M_s = \min(M_{e1}, M_{e2}) \quad \text{εάν } \frac{l_1}{l_2} > 5 \quad (2.29)$$

όπου: M_{e1}, M_{e2} οι ροπές πάκτωσης των πλακών εκατέρωθεν της στήριξης.

Ροπή προβόλου. Όταν η ροπή ενός προβόλου από μόνιμο φορτίο είναι τουλάχιστον ίση με τη μισή ροπή πακτώσεως της γειτονικής πλάκας, η πλάκα θεωρείται πακτωμένη σ' αυτή τη στήριξη. Ο περιορισμός αυτός απαιτεί τον υπολογισμό των ροπών πακτώσεως των πλακών, προκειμένου να προσδιοριστεί σε δεύτερο στάδιο η συνθήκη στήριξης της πλάκας που συνορεύει με τον πρόβολο. Το Fespa υπολογίζει σε δύο στάδια τις ροπές αυτές των πλακών και, εφαρμόζοντας το πιο πάνω κριτήριο, χαλαρώνει, αν είναι αναγκαίο, τη συνέχεια της πλάκας που γειτονεύει με τον ασθενή πρόβολο (αυταναγωγή του προβόλου).

Μερικές ακόμη επεξηγήσεις για τη μέθοδο Pieper-Martens. Η μέθοδος αυτή βασίζεται στο χειρισμό του βαθμού πάκτωσης των πλακών και επιτρέπει τον υπολογισμό των συνεχών πλακών σαν να ήταν πλάκες μεμονωμένες, με διαφορετικές συνθήκες στήριξης. Εντούτοις, ο υπολογισμός του βαθμού πάκτωσης λαμβάνει υπόψη την επιρροή της συνέχειας των πλακών. Ο βαθμός πάκτωσης μιας πλάκας ορίζεται ως ο λόγος της ροπής στη στήριξη, για την οποία προκύπτει η μέγιστη ροπή του ανοίγματος προς τη ροπή πλήρους πακτώσεως. Σύμφωνα με τους υπάρχοντες πίνακες, οι ροπές ανοίγματος προκύπτουν χρησιμοποιώντας το βαθμό πάκτωσης η με την εξίσωση

$$M(x,y) = \eta \cdot M_{1(x,y)} + (1 - \eta) M_{0(x,y)} \quad (2.30)$$

όπου M_1 είναι η ροπή της πλάκας, για την αντίστοιχη στήριξη πλήρως πακτωμένη, και M_0 η ροπή της ίδιας πλάκας με ελεύθερες στηρίξεις.

Υπολογισμός του βαθμού πάκτωσης. Ο βαθμός πάκτωσης μιας πλάκας εξαρτάται από το φορτίο και από το άνοιγμα της πλάκας σε σύγκριση με τις άλλες πλάκες του ορόφου. Περιγράφεται με αρκετή ακρίβεια από την ακόλουθη σχέση:

$$\eta = \frac{\varphi + n^3}{n^2 + n^3} - \frac{11.0 \cdot (n-1) - 2.5 \cdot (7-2n) \cdot (n-1) \cdot \varphi}{100} \quad (2.31)$$

Εδώ $\varphi = g/p$ είναι ο λόγος των μόνιμων φορτίων προς το σύνολο, ενώ $n = I_2/I_1$ ($I_2 > I_1$) είναι η αναλογία του μικρότερου ενεργού ανοίγματος της πλάκας προς το μικρότερο ενεργό άνοιγμα της προσκείμενης πλάκας.

Ο βαθμός πάκτωσης για την μέθοδο $(g+q/2 \pm q/2)$ είναι $\eta_0 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{g}{p}\right)$ και

λαμβάνει υπόψη μόνο την αναλογία μόνιμων προς συνολικά φορτία, όχι όμως και την μεταβολή των ανοιγμάτων των προσκείμενων πλακών. Αν, στην περίπτωση ίσων ανοιγμάτων των προσκείμενων πλακών, εισαχθεί $n=1$, λαμβάνεται $\eta = \frac{g/p+1}{1+1} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{g}{p}\right)$ που είναι ίδιος με τον η_0 της μεθόδου $(g+q/2 \pm q/2)$. Για κάθε τιμή του λόγου $n > 1$, ο βαθμός πάκτωσης η γίνεται μικρότερος από τον η_0 . Εξ αυτού προκύπτει ότι τα αποτελέσματα των υπολογισμών που βασίζονται στο βαθμό πάκτωσης βρίσκονται προς την ασφαλή πλευρά, συγκρινόμενα με τα αποτελέσματα της μεθόδου $(g+q/2 \pm q/2)$.

Η μέθοδος χρησιμοποιείται με καλά αποτελέσματα όταν $\eta_0 \geq \frac{2}{3}$, ή, με άλλα

λόγια, όταν $\frac{q}{p} \leq \frac{2}{3}$. Στην περίπτωση που δεν ισχύει η ανισότητα, τα αποτελέσματα είναι πολύ δυσμενή (υπέρ της ασφαλείας) και πρέπει να χρησιμοποιείται η επόμενη μέθοδος.

Με ανάγκη δυσμενών φορτίσεων ($q/p > 2/3$). Στην περίπτωση αυτή, οι πλάκες θεωρούνται **συνεχείς τετραέρεις** και εφαρμόζεται επαλληλία φορτίσεων, αποτελούμενη από καθολική φόρτιση ίση με

$$p' = g + \frac{(\gamma_g - 1) \cdot g + \gamma_q \cdot q}{2} \quad (2.32)$$

και από εναλλασσόμενη φόρτιση ίση με:

$$p'' = \pm \frac{(\gamma_g - 1) \cdot g + \gamma_q \cdot q}{2} \quad (2.33)$$

όπου:

g = Το εκάστοτε θεωρούμενο **μόνιμο** φορτίο της κάθε πλάκας,

q = το εκάστοτε θεωρούμενο **κινητό** φορτίο της κάθε πλάκας,

γ_g, γ_q = οι αντίστοιχοι συντελεστές ασφαλείας.

Αντικαθιστώντας χάριν παραδείγματος¹ τις τιμές των επιμέρους συντελεστών ασφαλείας, τόσο για τα μόνιμα (ίσο με 1.35) όσο και για τα κινητά (ίσο με 1.50), καταλήγουμε στις παρακάτω τιμές των φορτίσεων:

$$p' = 1,175 * g + 0,75 * q \text{ και } p'' = 0,175 * g + 0,75 * q \quad (2.34)$$

Οι μέγιστες και ελάχιστες ροπές ανοιγμάτων πλακών, και κατά τις δύο διευθύνσεις, υπολογίζονται με τη θεώρηση **πλήρους πάκτωσης** για την καθολική φόρτιση p' και **ελεύθερα στρεπτής έδρασης** στις στηρίξεις, για την ανά άνοιγμα εναλλασσόμενη φόρτιση p'' (το ένα άνοιγμα με $+p''$, ενώ το άλλο με $-p''$). Τα ανοίγματα δηλαδή φορτίζονται με τη γνωστή ζατρικιοειδή μορφή, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.36.

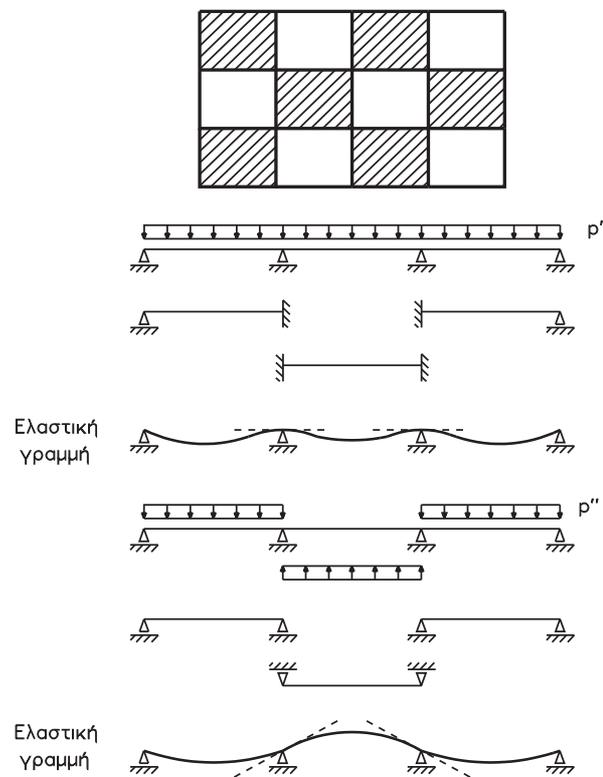
Η μέγιστη ροπή στηρίξεως στο κοινό σύνορο δύο γειτονικών πλακών υπολογίζεται ως ο μέσος όρος των αντίστοιχων ροπών πάκτωσης των πλακών αυτών όταν οι πλάκες αυτές φορτίζονται με την καθολική φόρτιση p' , **επαλληλιζόμενη** με τη ροπή στηρίξεως, καθώς τα γειτονικά φατνώματα φορτίζονται και τα δύο με $+p''$.

¹ Το Fespa υπολογίζει με βάση τον αναφερόμενο γενικό τύπο και έτσι θα προκύψουν τα αντίστοιχα μεγέθη για τον Κυπριακό κανονισμό (όπου οι τιμές είναι $\gamma_g=1.50, \gamma_p=1.50$ αντίστοιχα).

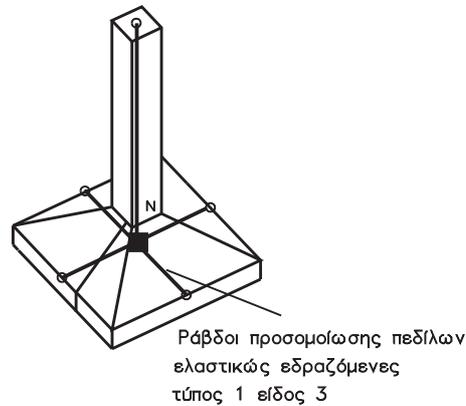
2.15 Ανάλυση θεμελιώσεων

Βλέπε §12.8
«Πέδιλο»

Το **πέδιλο** είναι στοιχείο του χωρικού φορέα που μεταφέρει τα φορτία της ανωδομής επιφανειακά στο έδαφος. Κάθε πέδιλο αναλύεται σε ένα μοντέλο υπολογισμού, το οποίο αποτελείται από τέσσερα μέλη (δύο ζεύγη διασταυρούμενων δοκών προσομοίωσης), όπως φαίνεται στο σχήμα 2.37. Έχει γεωμετρικά στοιχεία: πλάτος, μήκος, ύψος πλάκας και ύψος κώνου και μπορεί να είναι κεντρικό ή έκκεντρο.



Σχήμα 2.41: Δυσμενείς φορτίσεις πλακών



Σχήμα 2.42: Δοκοί προσομοίωσης πεδίου

2.15.1 Πεδιλοδοκοί

Βλέπε §2.8.2
«Μέλος επί
ελαστικού εδά-
φους»

Οι πεδιλοδοκοί συντίθενται από μέλη επί ελαστικού εδάφους, με την ίδια λογική που συντίθενται και οι δοκοί ανωδομής. Μια και τα πέδιλα, η γενική κοιτόστρωση και οι πεδιλοδοκοί στηρίζονται για τη σύνθεσή τους στο ίδιο μέλος επί ελαστικού εδάφους, ο χειριστής είναι δυνατό, στη μελέτη, να αναμίξει στο μοντέλο πέδιλα, πεδιλοδοκούς και κοιτοστρώσεις, με τον τρόπο που αυτός κρίνει καλύτερο.

2.15.2 Γενική κοιτόστρωση

Βλέπε §7.5.4,
«Γενική κοιτό-
στρωση»

Πλάκες γενικής κοιτόστρωσης. Οι πλάκες γενικής κοιτόστρωσης επιλύονται με την μέθοδο Czerny.

2.16 Διαστασιολόγηση δομικών στοιχείων

Το Fespa διαστασιολογεί τα μέλη που συνθέτουν την κατασκευή, σύμφωνα με τους κανονισμούς οπλισμένου σκυροδέματος και αντισεισμικού σχεδιασμού. Περιληπτική περιγραφή των διατάξεων των κανονισμών αυτών παρατίθεται στα επόμενα, μαζί με την περιγραφή των αντίστοιχων λειτουργιών του προγράμματος.

Η διαδικασία διαστασιολόγησης ανά δομικό στοιχείο παρουσιάζεται περιληπτικά στον πιο κάτω πίνακα, ενώ περισσότερες λεπτομέρειες για τους κανονισμούς θα βρει κανείς στα κεφάλαια 3, 4 και 5.

Διαστασιολόγηση πλακών

- ✱ Διαστασιολόγηση ολόσωμων πλακών έναντι κάμψης
- ✱ Διαστασιολόγηση πλακών Zöllner έναντι κάμψης
- ✱ Διαστασιολόγηση πλακών σε οριακή κατάσταση λειτουργικότητας (λυγηρότητα πλακών)
- ✱ Διαστασιολόγηση πλακών έναντι σεισμικών φορτίσεων

Διαστασιολόγηση δοκών, συνδετήριων δοκών, πεδιλοδοκών

- ✱ Διαστασιολόγηση έναντι κάμψης
- ✱ Διαστασιολόγηση έναντι διάτμησης
- ✱ Διαστασιολόγηση έναντι στρέψης (στρέψη και διάτμηση)
- ✱ Αντισεισμικός σχεδιασμός δοκών, ικανοτική τέμνουσα, αντισεισμικές διατάξεις
- ✱ Διαστασιολόγηση αγκυρώσεων

Διαστασιολόγηση υποστυλωμάτων

- ✱ Διαστασιολόγηση έναντι κάμψης με ορθή δύναμη (απλή ή διαξονική)
- ✱ Διαστασιολόγηση έναντι διάτμησης
- ✱ Διαστασιολόγηση έναντι οριακής κατάστασης ευστάθειας (λυγισμός)
- ✱ Αντισεισμικός σχεδιασμός, ικανοτικός έλεγχος κόμβων, ικανοτικός έλεγχος διάτμησης
- ✱ Διαστασιολόγηση αγκυρώσεων

Διαστασιολόγηση τοιχωμάτων

- ✱ Διαστασιολόγηση έναντι κάμψης
- ✱ Διαστασιολόγηση έναντι διάτμησης
- ✱ Αντισεισμικός σχεδιασμός τοιχωμάτων

Διαστασιολόγηση πεδίων

- ✱ Έλεγχος επιτρεπόμενης τάσης εδάφους
- ✱ Διαστασιολόγηση έναντι κάμψης
- ✱ Διαστασιολόγηση έναντι διάτμησης
- ✱ Αντισεισμικός σχεδιασμός

2.17 Η τυχούσα διατομή υποστυλώματος

2.17.1 Γενικά

Βλέπε §12.4 «Εργαλειοθήκη υποστυλώματος» και §2.6.3 για τη γωνία beta των υποστυλωμάτων.

Το Fespa, εκτός από ορθογωνικά και κυκλικά υποστυλώματα, οπλίζει και άλλες διατομές, όπως τύπου Γ, Τ, Π, σαν αυτές που φαίνονται στο σχήμα 2.43, καθώς και κάθε διατομή επιλογής του χρήστη. Κάθε μη-ορθογωνική ή κυκλική διατομή, θα την αποκαλούμε «τυχούσα» και στα επόμενα θα παραγματευτούμε τη μεθοδολογία όπλισης διατομών τυχούσας γεωμετρίας.

Σχήμα 2.43: Μορφές διατομών τυχούσας γεωμετρίας

Η αντοχή διατομών οπλισμένου σκυροδέματος που καταπονείται σε διαξονική κάμψη με αξονική δύναμη (M_y , M_z , P) παριστάνεται από τις επιφάνειες αλληλεπίδρασης, που είναι κλειστές τριδιάστατες επιφάνειες στο χώρο. Η μορφή ενός τέτοιου διαγράμματος φαίνεται στο σχήμα 2.44. Κάθε σημείο του διαγράμματος αντιπροσωπεύει ένα συνδυασμό ροπών (M_y , M_z) και αξονικής δύναμης (P), ο οποίος θα επέφερε αστοχία στη διατομή. Η ακριβής μορφή των επιφανειών αυτών εξαρτάται από τη **γεωμετρία** της διατομής, τις **θέσεις** και **διαμέτρους** των οπλισμών και τις **ποιότητες** των υλικών. Είναι προφανές ότι οι επιφάνειες αλληλεπίδρασης δε μπορεί να περιγραφούν από απλές και συνάμα γενικές σχέσεις.

Σχήμα 2.44: Γενική μορφή διαγράμματος αλληλεπίδρασης τυχούσας διατομής.

Μία φόρτιση (ένος δηλαδή συνδυασμός M_y , M_z , P) αντιπροσωπεύεται από ένα σημείο στο χώρο (L), όπως φαίνεται και στο προηγούμενο σχήμα. Το διάνυσμα φόρτισης OL έχει ως εξής:

$$OL = \begin{bmatrix} P \\ P \cdot Y_p + M_z \\ P \cdot Z_p - M_y \end{bmatrix}$$

όπου X_p και Z_p είναι η εκκεντρότητα του φορτίου P (βλέπε σχήμα 2.45).

Το αντίστοιχο διάνυσμα αντοχής OS είναι:

$$OS = \begin{bmatrix} \int \sigma(y, z) \cdot dA \\ \int \sigma(y, z) \cdot y \cdot dA \\ \int \sigma(y, z) \cdot z \cdot dA \end{bmatrix}$$

όπου $\sigma(x, z)$ είναι η συνάρτηση κατανομής των τάσεων στη διατομή.

Σχήμα 2.45: Διατομή υπό διαζονική κάμψη και αξονική δύναμη

Ο συντελεστής ασφαλείας της διατομής για την κάθε φόρτιση ορίζεται ως ο λόγος των μέτρων των δύο (συνευθιακών) διανυσμάτων, OS προς OL (σχήμα 2.45), δηλαδή:

$$\lambda = \frac{|OS|}{|OL|}$$

Τιμή του συντελεστή λ μεγαλύτερη της μονάδας, σημαίνει ότι η διατομή παραμένει ασφαλής για τη φόρτιση αυτή.

Συνοψίζοντας, ο σχεδιασμός διατομών οπλισμένου σκυροδέματος, έχει ως **δεδομένα:**

- Την γεωμετρία της διατομής (όλες τις αναγκαίες συντεταγμένες για την περιγραφή της),
- Τις θέσεις των οπλισμών,
- Τις ποιότητες (αντοχές) των υλικών,
- Τα εντατικά μεγέθη (τιμές σχεδιασμού).

Ζητούμενο του σχεδιασμού είναι οι θέσεις και διαμέτροι των ράβδων του οπλισμού, έτσι ώστε η διατομή να είναι ασφαλής έναντι αστοχίας από μεγέθη ορθής έντασης ($\lambda > 1.0$). Ζητούμενο είναι επίσης η οικονομικότητα της όπλισης, πρέπει δηλαδή το λ να μην υπερβαίνει κατά πολύ τη μονάδα.

Οι παραδοχές του σχεδιασμού

Για την επίλυση του προβλήματος, όπως αυτό περιγράφηκε πιο πάνω, χρησιμοποιούνται και οι εξής παραδοχές:

- Οι διατομές παραμένουν επίπεδες για κάθε τιμή της παραμόρφωσης,
- Δεν υπάρχει ολίσθηση του οπλισμού σε σχέση με το σκυροδέμα,.
- Η εφελκυστική αντοχή του σκυροδέματος αγνοείται,
- Τα διαγράμματα τάσεων - παραμορφώσεων και οι επιμέρους συντελεστές ασφαλείας των υλικών είναι αυτά που προτείνει ο Νέος Κανονισμός Ωπλισμένου Σκυροδέματος.

Δεν γίνεται καμμία άλλη απλουστευτική παραδοχή, προκειμένου να μην περιοριστεί η γενικότητα της υπολογιστικής διαδικασίας.

2.17.2 Οι ομάδες των ράβδων

Γενικά, από την διαδικασία της βέλτιστης όπλισης, ο ελάχιστος οπλισμός θα προέκυπτε αν η κάθε ράβδος είχε και διαφορετική διάμετρο από τις υπόλοιπες. Στην πράξη όμως, μια μεγάλη ποικιλία διαμέτρων μέσα στην ίδια διατομή παρουσιάζει κατασκευαστικά προβλήματα.

Για να το αποφύγουμε αυτό, οι οπλισμοί μιας διατομής κατατάσσονται σε ομάδες, ανάλογα με τη διάμετρό τους. **Ομάδα** δηλαδή είναι το σύνολο των ράβδων της διατομής που θα έχουν την ίδια διάμετρο.

Η εκλογή των ομάδων είναι μια βασική επιλογή του σχεδιασμού, η ορθότητα της οποίας θα καθορίσει την οικονομικότητα και ποιότητα του σχεδιασμού της διατομής.

Ο χειριστής έχει τα κατάλληλα εργαλεία για να ομαδοποιήσει τις ράβδους, ή να αφήσει το πρόγραμμα να κάνει αυτόματα την επιλογή. Για τις τυπικές περιπτώσεις διατομών, χρησιμοποιούμε 2 ή 3 ομάδες οπλισμών.

Σωστή επιλογή ομάδων οδηγεί το πρόγραμμα σε απλούστερες και συμμετρικές λύσεις όπλισης. Για παράδειγμα, στην περίπτωση ορθογωνικού υποστυλώματος, πρέπει να τοποθετηθεί συμμετρικός οπλισμός και προς τις δύο διευθύνσεις. Εδώ, η λύση είναι η χρησιμοποίηση δύο ή τριών ομάδων, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.47.

Σχήμα 2.46: *Εναλλακτικές επιλογές ομάδων σε συμμετρική διατομή*

2.17.3 Η διαστασιολόγηση της τυχούσας διατομής

Η διαστασιολόγηση είναι μια ευριστική διαδικασία.

Σαν αρχική τιμή της αναζήτησης, το πρόγραμμα τοποθετεί την ελάχιστη επιτρεπόμενη ποσότητα οπλισμού, δηλαδή τις ελάχιστες διαμέτρους στις μέγιστες δυνατές αποστάσεις, τηρώντας παράλληλα την απαίτηση του κανονισμού για το ελάχιστο ποσοστό οπλισμού.

Βλέπε παρά-
γραφο 12.14
«Σίδηρο διατο-
μής»

Οι τιμές αυτές εξαρτώνται από τον εφαρμοζόμενο κανονισμό, έχει όμως ο χειριστής τη δυνατότητα να τις τροποποιήσει, συνεκτιμώντας τη μορφή της διατομής, τον τύπο της καταπόνησης που (κυρίως) καλείται να παραλάβει, καθώς και τη μορφή της λύσης που θέλει να πετύχει.

Στην αναζήτηση που ακολουθεί, γίνεται αύξηση των διαμέτρων σε εκείνη την ομάδα που επιτυγχάνει την μέγιστη αύξηση του Σ.Α. και την ελάχιστη αύξηση στο συνολικά απαιτούμενο εμβαδόν A_s του οπλισμού. Καθ' όλη τη διαδικασία, το πρόγραμμα χρησιμοποιεί πραγματικές διαμέτρους της αγοράς και ελέγχει τη διατομή για πιθανή ανεπάρκεια (π.χ. ποσοστό οπλισμού μεγαλύτερο από το μέγιστο επιτρεπόμενο, ή αριθμό ράβδων μεγαλύτερο από το μέγιστο που μπορεί να δεχθεί η ομάδα), οπότε και δίνει το σχετικό μήνυμα για αλλαγή της.

Η αναζήτηση τελειώνει όταν ο Σ.Α. προκύψει μεγαλύτερος της μονάδας (για να πληρείται το κριτήριο της ασφάλειας), αλλά ταυτόχρονα με το ελάχιστο ποσό οπλισμού A_s .

Αν το Fespa χρησιμοποιηθεί για έλεγχο υπάρχουσας διατομής, οι θέσεις και διάμετροι των ράβδων είναι καθορισμένες, ενώ το εξαγόμενο είναι ο συντελεστής ασφαλείας λ , από τον οποίο φαίνεται η επάρκεια ή μη της διατομής.

2.18 Παρουσίαση αποτελεσμάτων

Με το Fespa είναι δυνατή η παρουσίαση τόσο των δεδομένων όσο και των αποτελεσμάτων, με τη δημιουργία πλήρους τεύχους (δεδομένων και υπολογισμών, με τεχνική έκθεση, παραδοχές, μεθοδολογία και συμβολισμούς) και παράλληλα με την αυτόματη ανάγνωση αποτελεσμάτων και την αποτύπωσή τους σε σχέδια ξυλοτύπων.

2.18.1 Εκτυπώσεις, σχεδίαση

Τεύχος. Ο χειριστής έχει τη δυνατότητα να επιλέξει τη μορφή της εκτύπωσης των δεδομένων (εκτεταμένη, κανονική ή περιληπτική) που εισάγονται και των αποτελεσμάτων (εντατικών μεγεθών και οπλισμών).

Σχεδίαση. Στο Fespa ο χειριστής έχει τη δυνατότητα να χρησιμοποιήσει δύο ειδών σχεδιαστικά μέσα. Από τη μια, μπορεί να δει και να σχεδιάσει τριδιάστατα το προσομοίωμα της κατασκευής και τις παραμορφώσεις του υπό διάφορες φορτίσεις (γραφική παράσταση), καθώς και τα διαγράμματα των εντατικών μεγεθών των μελών της. Από την άλλη, μπορεί να επεξεργαστεί και να εκτυπώσει τους ξυλοτύπους των διαφόρων ορόφων, καθώς και τα αναπτύγματα των οπλισμών των δοκών της.

Γραφική παράσταση σε τρεις διαστάσεις. Το πρόγραμμα σχηματίζει στην οθόνη τη μορφή των φορέων και την εκτυπώνει σε printer ή σε plotter. Χειρίζεται φορείς δύο και τριών διαστάσεων και έχει τη δυνατότητα να στρέφει την εικόνα γύρω από τους τρεις άξονες του καθολικού συστήματος συντεταγμένων. Δίνει πληροφορίες για τη συνδεσμολογία των κόμβων και των ράβδων που συντρέχουν σ' αυτές και έχει τη δυνατότητα μεγέθυνσης οποιουδήποτε τμήματος του φορέα.

Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα της επίλυσης, σχεδιάζει το φορέα παραμορφωμένο από κάθε φόρτιση.

Διαγράμματα εντατικών μεγεθών. Όταν το πρόγραμμα βρίσκεται στην κατάσταση της τριδιάστατης απεικόνισης, ο χειριστής επιλέγει τα μέλη των οποίων θέλει να δει τα διαγράμματα, το εντατικό μέγεθος και την φόρτιση για την οποία θέλει να ελέγξει το φορέα. Τα διαγράμματα εμφανίζονται επάνω στο φορέα και στρέφονται στο χώρο μαζί του.

Από εδώ γίνεται η φύλαξη και η εκτύπωσή τους (βλέπε Κεφ. 15, "Γράφημα του φορέα σε τρεις διαστάσεις").

Βιβλιογραφία

Ελληνική

[ΑΒΡΑ82] **Ι. Ε. Αβραμίδη**, «Ακριβή μητρώα δυσκαμψίας και μεταφοράς της ελαστικώς εδραζόμενης δοκού με αξονικό φορτίο κατά τη θεωρία 2ης τάξης καθώς και για όλες τις υποπεριπτώσεις», Θεσσαλονίκη 1982.

[ΑΒΡΑ90] **Ι. Ε. Αβραμίδη** και **Α. Θεολόγου** και **Δ. Ταλασιδίη**, «Προτερήματα και αδυναμίες προσομοίωσης πυρήνων μικτών φορέων Ο/Σ με το μοντέλο του ισοδύναμου πλαισίου», Πρακτικά 9^{ου} Ελληνικού Συνεδρίου Σκυροδέματος, Καλαμάτα, Φεβρ. 1990, том. Ι, σελ. 192-200.

[ΑΒΡΑ91] **Ι. Ε. Αβραμίδη** και **Χ. Ξενίδη**, «Συστηματική διερεύνηση των ανεπαρκειών του μοντέλου του ισοδύναμου πλαισίου κατά την προσομοίωση ανοικτών πυρήνων Ο/Σ», Πρακτικά 10^{ου} Ελληνικού Συνεδρίου Σκυροδέματος, Ρόδος 1991, том. Ι, σελ. 179-186.

[ΑΒΡΑ92] **Ι. Ε. Αβραμίδη** και **Κ. Αναστασιάδη**, «*Δυσμενείς διευθύνσεις σεισμικής διεγέρσεως κτιρίων*», 1ο Ελληνικό συνέδριο αντισεισμικής μηχανικής και τεχνικής σεισμολογίας, τόμ. Α, σελ. 252-263, Αθήνα 1992.

[ΑΓΓΕ62] **Σ. Μ. Αγγελίδη**, «*Στατική επίλυσις εσχαρών εδραζομένων επί ελαστικού εδάφους*», Διατριβή επί διδακτορία, Σχολή Πολ. Μηχανικών Ε.Μ.Π., Αθήνα 1962.

[ΑΘΑΝ92] **Α. Αθανατοπούλου**, «*Επιρροή της παραμορφωσιμότητας της πλάκας στον στατικό και δυναμικό αντισεισμικό υπολογισμό κτιρίων με κάτοψη σχήματος Π (πι)*», 1ο Ελληνικό συνέδριο αντισεισμικής μηχανικής και τεχνικής σεισμολογίας, τόμ. Α, σελ. 219-229, Αθήνα 1992.

[ΑΝΑΓ89] **Α. Γ. Αναγνωστόπουλου** και **Β. Π. Παπαδόπουλου**, «*Επιφανειακές θεμελιώσεις*», εκδόσεις ΣΥΜΕΩΝ, Αθήνα 1989.

[ΑΝΑΓ90] **Α. Γ. Αναγνωστόπουλου**, «*Θεμελιώσεις με πασσάλους*», εκδόσεις ΣΥΜΕΩΝ, Αθήνα 1990.

[ΑΝΑΓ86α] **Σ. Α. Αναγνωστόπουλου**, «*Στοιχεία αντισεισμικής δυναμικής ανάλυσης κατασκευών με φάσματα απόκρισης-σχεδιασμού*», εργασία Ι.Τ.Σ.Α.Κ. 86-01, Θεσσαλονίκη 1986.

[ΑΝΑΓ86β] **Σ. Α. Αναγνωστόπουλου** και **Ν. Π. Θεοδουλίδη** και **Β. Α. Λεκίδη** και **Β. Ν. Μάργαρη**, «*Οι σεισμοί της Καλαμάτας του Σεπτ. 86*», εργασία Ι.Τ.Σ.Α.Κ. 86-06, έκδοση Τ.Ε.Ε. 1986.

[ΑΝΑΣ89] **Κ. Κ. Αναστασιάδη**, «*Αντισεισμικές κατασκευές Ι*», εκδόσεις Computer Techincs, 1989.

[ΑΝΑΣ92α] **Κ. Αναστασιάδη** και **Τ. Μακάριου**, «*Δυναμικές εκκεντρότητες σε μεικτά πολυώροφα συστήματα*», 1ο Ελληνικό συνέδριο αντισεισμικής μηχανικής και τεχνικής σεισμολογίας, τόμ. Α, σελ. 427-436, Αθήνα 1992.

[ΑΝΑΣ92β] **Κ. Αναστασιάδη** και **Τ. Μακάριου** και **Ε. Μητσοπούλου**, «*Σύγκριση ψευδοστατικού και δυναμικού φασματικού υπολογισμού σε έκκεντρα πολυώροφα κτίρια*», 1ο Ελληνικό συνέδριο αντισεισμικής μηχανικής και τεχνικής σεισμολογίας, τόμ. Α, σελ. 437-446, Αθήνα 1992.

[ΝΕΑΚ92] «*Νέος Ελληνικός Αντισεισμικός Κανονισμός*», **Φ.Ε.Κ 613**, 12/10/1992.

[ΝΚΩΣ91] «*Νέος Κανονισμός Οπλισμένου Σκυροδέματος*», **Φ.Ε.Κ 1068**, 31/12/1991.

[ΝΚΩΣ95] «*Νέος κανονισμός οπλισμένου σκυροδέματος*», **Φ.Ε.Κ. 227Β**, 28/3/1995.

[ΞΕΝΙ92] **Χ. Ξενίδη** και **Α. Αθανατοπούλου** και **Ι. Ε. Αβραμίδη**, «*Έλεγχος της αξιοπιστίας του μοντέλου του ισοδύναμου πλαισίου κατά τη δυναμική ανάλυση ανοικτών πυρήνων Ο/Σ απλής διατομής*», 1^ο Ελληνικό Συνέδριο Αντισεισμικής Μηχανικής και Τεχνικής Σεισμολογίας, Μάιος 1992, Ευγενίδειο Ίδρυμα, 2^{ος} τόμος, σελ. 106-115.

[ΞΕΝΙ94] **Χ. Ξενίδη** και **Α. Αθανατοπούλου** και **Ι. Ε. Αβραμίδη**, «*Ισοδύναμη πλαισιακή προσομοίωση βαθμιδωτών τοιχωμάτων Ο/Σ υπό στατική και σεισμική φόρτιση*», 11^ο Ελληνικό Συνέδριο Σκυροδέματος, Κέρκυρα 1994, τομ. Ι, σελ. 399-410.

[ΞΕΝΙ96] **Χ. Ξενίδη** και **Κ. Μορφίδη**, «*Προσομοίωση τοιχωμάτων και πυρήνων Ο/Σ με ενισχυμένες ακραίες περιοχές*», 12^ο Ελληνικό Συνέδριο Σκυροδέματος, Λεμεσός 1996, Εκδόσεις Τ.Ε.Ε., τομ. ΙΙ, σελ. 67-78.

[ΠΑΝΕ94] **Π. Πανέτσου** και **Κ. Αναστασιάδη**, «*Διαστασιολόγηση στοιχείων από οπλισμένο σκυρόδεμα υπό σεισμική ένταση*», 11ο Ελληνικό συνέδριο σκυροδέματος, εκδόσεις Τ.Ε.Ε., τομ. ΙΙ, σελ. 267-281, 1994.

[ΠΕΝΕ90] **Γ. Πενέλη** και **Α. Κόππου**, «*Αντισεισμικές κατασκευές από σκυρόδεμα*», εκδόσεις Ζήτη Θεσ/νίκη, 1990.

[ΠΕΝΕ95] **Γ. Πενέλη** και **Κ. Στυλιανίδη** και **Α. Κόππου** και **Χ. Ιγνατάκη**, «*Κατασκευές από οπλισμένο σκυρόδεμα*», Θεσσαλονίκη, 1995.

[ΡΟΥΣ69] **Α. Ρουσόπουλου**, «*Αντισεισμικά κατασκευαί*», εκδόσεις Τ.Ε.Ε. 1969.

[ΣΕΑΚ92] «*Σχόλια και αιτιολογική έκθεση νέου Ελληνικού αντισεισμικού κανονισμού*», Ενημερωτικό δελτίο Τ.Ε.Ε., Τεύχ. 1757, 1993.

- [ΣΠΥΡ79] **Π. Ι. Σπυρόπουλου** και **Μ. Κ. Καραβεζύρογλου**, «Αντισεισμικά κτίρια», εκδόσεις Χιωτέλη, 1979.
- [ΣΥΡΜ85] **Κ. Α. Συρμακέζη**, «Συμβολή στη διερεύνηση των παραμέτρων που επηρεάζουν την πραγματική συμπεριφορά της κατασκευής σε σεισμό», ΤΕΕ Τεχνικά χρονικά, 7-9, σελ. 6-60, 1985.
- [ΤΑΣΙ61] **Θ. Π. Τάσιου**, «Θεωρίες επιλύσεως εσχάρων θεμελιοδοκών, πρότασις νέων μεθόδων», Αθήνα 1961.
- [ΤΑΣΙ78] **Θ. Π. Τάσιου**, «Το ωπλισμένο σκυρόδεμα υπό σεισμική ένταση», Αθήνα 1978.
- [ΤΑΣΙ84] **Θ. Π. Τάσιου**, «Μαθήματα ωπλισμένου σκυροδέματος», Αθήνα 1984.
- [ΤΑΣΙ94] **Θ. Π. Τάσιου** και **Π. Ι. Γιαννόπουλου** και **Κ. Γ. Τρέζου** και **Σ. Γ. Τσουκαντά**, «Ωπλισμένο σκυρόδεμα με βάση το νέο κανονισμό σκυροδέματος», εκδόσεις Πολυτεχνειακό, Αθήνα 1994.
- [ΤΕΓΟ94] **Ι. Α. Τέγου** και **Δ. Παναγιάρη** και **Α. Χατζαντώνη**, «Αντισεισμικές θεμελιώσεις κτιρίων με υπόγειο», 11^ο Ελληνικό Συνέδριο Σκυροδέματος, Κέρκυρα, Μάιος 1994, том. II, σελ. 376-383.
- [ΤΕΓΟ96] **Ι. Α. Τέγου**, «Αναλυτική έρευνα για την αξιοποίηση των περιμετρικών τοιχωμάτων των υπογείων των οικοδομών ως υψίκορμων πεδילוδοκών και πρόταση κατασκευαστικής οπλίσεώς τους», Τεχνικά Χρονικά, Ιούλιος-Αύγουστος 1996.
- [Hahn74] **J. Hahn**, «Πλάκες, πλαίσια, συνεχείς δοκοί», μετάφραση από την 1^η γερμανική έκδοση, εκδόσεις Μ. Γκιούρδας, 1974.
- [PAUL96] **T. Paulay** και **M. J. N. Priestley**, «Αντισεισμικός σχεδιασμός των κατασκευών», μετάφραση του [PAUL92], εκδόσεις Κλειδάριθμος, 1996.
- [STIG76] **K. Stiglat** και **H. Wippel**, «Πλάκες», μετάφραση από τη 2^η γερμανική έκδοση, εκδόσεις Μ. Γκιούρδας, 1976.

Αγγλική

- [BATH76] **K. J. Bathe** and **E. L. Wilson**, «*Numerical methods in finite element analysis*», Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1976.
- [BATH80] **K. J. Bathe** and **S. Romaswamy**, «*An Accelerated subspace iteration method*», J. Computer Methods in Appl. Mechanics and Eng., Vol. 23, pp. 313-331, 1980.

- [BOOT84] **E. D. Booth** and **J. W. Pappin** and **J. J. B. Evans**, «*Computer based analysis methods for the design of earthquake resistant structures*», Proceedings of the Institution of Civil Engineers, part 1, pp. 671-691, (August) 1984.
- [BOWL88] **J. E. Bowls**, «*Foundation Analysis and Design*», 4th ed., Mc Graw Hill, 1988.
- [CARY82] **P. G. Carydis** and **H. P. Mouzakis**, «*Ambient vibration measurements of undamaged and seismicaly damaged buildings*», 7 E.C.E.E., Vol. 3, pp. 323-330, 1982.
- [CHOP95] **A. K. Chopra**, «*Dynamics of structures*», Prentice Hall, 1995.
- [COLL73] **R. J. Collins**, «*Bandwidth reduction by automatic renumbering*», Int. Journal for Num. Meth. In Engng, Vol. 6, pp. 345-356, 1973.
- [CLOU93] **R. W. Clough** and **J. Penzien**. «*Dynamics of Structures*», McGraw - Hill, 1993.
- [CUTH69] **E. Cuthill** and **J. M. McKee**, «*Reducing the bandwidth of sparse symmetric matrices*», Proc. 24th Nat. Conf. Assn. For Computing Machinery, ACM Pub. P69, New York, pp. 157-171, 1969.
- [DAVI63] **M. T. Davisson** and **H. L. Gill**, «*Laterally Loaded Piles in a Layered Soil System*», J.S.M.F.D., ASCE, vol. 89, pp. 63-94, 1963.
- [DAVI82] **J. M. Davies** and **E. R. Bryan**, «*Manual of Stressed Skin Diaphragm Design*», Granada, 1982.
- [DOWR87] **D. J. Dowrick**, «*Earthquake Resistant Design*», J. Wiley, New York, 1987.
- [EISE85] **M. Eisenberger** and **D. Z. Yankelovsky**, «*Exact stiffness matrix for beams on elastic foundation*», Computer & Structures, Vol. 21, No 6, pp. 1355-1359, 1985.
- [EVER79] **G. C. Everstine**, «*A comparison of three resequencing algorithms for the reduction of matrix profile and wavefront*», Int. J. for Num. Meth. in Eng. Vol. 14, pp. 837-853, 1979.
- [FENW89] **R. C. Fenwick** and **B. J. Davidson**, «*Dynamic behavior of multi-storey buildings*», Report No 463, University of Auckland New Zealand, 1989.
- [FENW91] **R. C. Fenwick** and **B. J. Davidson**, «*The seismic response of multi-storey buildings*», Report No 495, University of Auckland New Zealand, 1991.
- [FERN78] **J. S. Fernando** and **K. O. Kemp**, «*A generalized strip deflection method of reinforced concrete slab design*», Proc. Instn. Civil Engrs., 69, Part 2, pp. 163-174, Mar. 1978.

- [GIBB76] **N. E. Gibbs** and **W. G. Poole** and **P. K. Stockmeyer**, «*An algorithm for reducing the bandwidth and profile of a sparse matrix*», SIAM J. Numer. Anal. 13, No 2, pp. 236-250, 1976.
- [GUPT90] **A. K. Gupta**, «*Response Spectrum Method in Seismic Analysis and Design of Structures*», Blackwell Scientific Publications Cambridge MA, 1990.
- [GUPT77] **A. K. Gupta** and **M. P. Singh**, «*Design of column sections subjected to three components of earthquake*», Nuclear Engineering and Design, Vol. 41, pp. 129-133, 1977.
- [HAMB76] **E. C. Hambly**, «*Bridge Deck Behaviour*», Chapman and Hall, 1976.
- [JAEG82] **L. G. Jaeger** and **B. Bakht**, «*The grillage analogy in bridge analysis*», Canadian Journal of Civil Engineering, 9(2), pp. 224-235, 1982.
- [JALO85] **J. G. de Jalón**, «*A new direct method for the simple and efficient re-analysis of structures*», Computer & Structures, Vol. 21, No 5, pp. 1059-1066, 1985.
- [LEWI82] **J. G. Lewis**, «*Implementation of the Gibbs-Poole-Stockmeyer and Gibbs-King Algorithms*», ACM Transactions on Mathematical Software, Vol. 8, No 2, pp. 180-189, June 1982.
- [LO92] **S. H. Lo**, «*On Bandsolver Using Skyline Storage*», Computer & Structures, Vol. 44, No 6, pp. 1187-1196, 1992.
- [LUO92] **J. C. Luo**, «*Algorithms for reducing the bandwidth and profile of a sparse matrix*», Computer & Structures, Vol. 44, No 3, pp. 535-548, 1992.
- [MAIS83] **B. F. Maison** and **C. F. Neuss**, «*The comparative performance of seismic response spectrum Combination rules in building analysis*», Earthquake Eng. and Struct. Dyn. Vol. 1, pp. 623-647, 1983.
- [McLE90] **I. A. MacLeod**, «*Analytical modelling of structural systems*», Ellis Horwood, 1990.
- [MIYA76] **F. Miyahara** and **J. G. Ergatoudis**, «*Matrix Analysis of Structure-Foundation Interaction*», Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 102, No ST1, January 1976.
- [MOND74] **D. P. Mondkar** and **G. H. Powell**, «*Towards optimal in core equation solving*», Computer & Structures, Vol. 4, pp. 531-548, 1974.
- [MOND74b] **D. P. Mondkar** and **G. H. Powell**, «*Large Capacity Equation Solver for Structural Analysis*», Computer & Structures, Vol. 4, pp. 699-728, 1974.
- [PAUL92] **T. Paulay** and **M. J. N. Priestley**, «*Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings*», J. Wiley & Sons, 1992.

- [PENZ74] **J. Penzien** and **M. Watabe**, «*Simulation of 3 dimensional earthquake ground motion*», Bulletin of Int. Inst. of Seismology and Earthquake Eng. Vol. 12, pp. 103-115, 1974.
- [POUL80] **H. G. Poulos** and **E. H. Davis**, «*Pile foundation analysis and design*», John Wiley and sons, 1980
- [PRZE68] **J. S. Przemieniecki**, «*Theory of matrix structural analysis*», Dover publications, 1968.
- [RAZA86] **A. G. Razaqpur**, «*Stiffness of beam-columns on elastic foundation with exact shape functions*», Computer & Structures, Vol. 24, No 5, pp. 813-819, 1986.
- [REES56] **L. C. Reese** and **H. Matlock**, «*Non-Dimensional Solutions for Laterally Loaded Piles with Soil Modulus Assumed Proportional to Depth*», Proc. 8th Texas Conf. S.M. and F.E. , Spec. Pub. 29, Bureau of Eng. Res., Univ. of Texas, Austin, 1956.
- [SCHW69] **J. Schwaighofer** and **H. Microys**, «*Analysis of shear walls using standard computer programs*», ACI Journal, December, 1969.
- [SLOA86] **S. W. Sloan**, «*An algorithm for profile and wafefront reduction of sparse matrices*», Int. Journal for Num. Meth. In Engng, Vol. 23, pp. 239-251, 1986.
- [STAF84] **B. Stafford Smith** and **A. Girgis**, «*Simple analogous frames for shear wall analysis*», Proc. ASCE, Vol 110, No 11, November, 1984.
- [TIMO84] **S. P. Timoshenko** and **J. M. Gere**, «*Mechanics of Materials*», PWS Publishers Inc., 1984.
- [WILS74] **E. L. Wilson** and **K. J. Bathe** and **W. P. Doherty**, «*Direct Solution of Large Systems of Linear Equations*», Computer & Structures, Vol. 4, pp. 363-372, 1974.
- [WILS81] **E. L. Wilson** and **A. Der Kiureghian** and **E. P. Bayo**, «*A replacement for the SRSS method in seismic analysis*», Earthquake Eng. and Struct. Dyn. Vol. 9, No 2, pp. 187-192, 1981.
- [WILS82] **E. L. Wilson** and **M. R. Button**, «*Three Dimensional Dynamic Analysis for Multicomponent Earthquake Spectra*», Earthquake Eng. and Struct. Dyn., Vol. 10, 1982.
- [WILS83] **E. L. Wilson** and **T. Itoh**, «*An eigensolution strategy for large systems*», Computer & Structures, Vol. 16, No 1-4, pp. 259-265, 1983.
- [WHIT85] **R. T. Wittle**, «*Design of reinforced concrete flat slabs to BS8110*», CIRIA Report 110, 1985.

-
- [YANK86] **D. Z. Yankelevsky** and **M. Eisenberger**, «*Analysis of a beam column on elastic foundation*», *Computer & Structures*, Vol. 23, No 3, pp. 351-356, 1986.
- [ZIEN89] **O. C. Zienkiewicz** and **R. T. Taylor**, «*The finite element method*», 4th ed., Vol. 1-2, McGraw Hill, 1989.